

Ultraschall-Plattenwellen in komplexen Strukturen

Ein Minimalmodell

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Christoph Heinze
aus: Wriezen

eingereicht am: 08.03.2018
mündliche Prüfung am: 08.06.2018

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Michael Sinapius
Prof. Dr.-Ing. Rolf Lammering
Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Christian Hühne

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Instituts für Faserverbundleichtbau und Adaptronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e. V. in der Außenstelle Hamburg. Obwohl ich als alleiniger Verfasser aufgeführt bin, wäre diese Arbeit ohne die Unterstützung und den Beistand der im Folgenden aufgeführten Personen nicht möglich gewesen.

Mein besondere Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Michael Sinapius, der mich in unseren Gesprächen nicht nur fachlich unterstützt sondern mir auch durch kurze Phasen der Resignation geholfen hat, die wie er beteuert jeden Doktoranden treffen. Eine bessere Betreuung ist schwer vorstellbar. Des Weiteren möchte ich mich bei den Professoren Rolf Lammering und Christian Hühne für die Übernahme des Zweitgutachtens und des Vorsitzes der Prüfungskommission bedanken.

Bei meinem Vorgesetzten Dr. Peter Wierach möchte ich mich für das in mich gesetzte Vertrauen und die gewährten Freiheiten bei meiner Forschungsarbeit bedanken. Meinen Kollegen Dr. Artur Szewieczek, Dr. Daniel Schmidt, Dr. Wolfgang Hillger und Dr. Florian Raddatz gilt mein Dank für die Unterstützung bei den experimentellen Untersuchungen und für die interessanten Diskussionen, die mich mit neuen Denkanstößen immer voran gebracht haben.

Ein Großteil dieser Arbeit ist im Transferzentrum *MRO and Cabin Upgrade* in Hamburg entstanden. Die damaligen Mitarbeiter des Transferzentrums Dr. Juan Miguel Vivar Perez, Christoph Dienel, Dr. Christian Hesse und Dr. Veatriki Papantoni sind nun nicht mehr meine Kollegen, sondern inzwischen weit mehr. Gerne denke ich zurück an die Mittagspausen mit selbst gekochtem Essen und die gemeinsamen Zeit nach der Arbeit. Weiterhin möchte ich unseren Gastgebern der Abteilung Luft- und Raumfahrtpsychologie für den immer freundlichen und kompetenten Beistand bei den täglichen Herausforderungen der Büroarbeit danken.

Für die nötige Abwechslung von dieser Mammutaufgabe haben meine Freundin Carolin Mundt und unser Sohn Victor gesorgt. Danke für die Unterstützung in den letzten Jahren, die vielen schönen Momente und die Rücksicht in arbeitsreichen Phasen! Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern danken, die mir den Weg hierher ermöglicht haben. Ihr habt mich erst auf den richtigen Kurs gebracht.

Hamburg, den 5. Dezember 2018

Christoph Heinze

Kurzfassung

Die kontinuierliche Strukturüberwachung mit Lamb-Wellen ist ein vielversprechender Ansatz, der langfristig den Wechsel von einer zeit- zu einer zustandsbasierten Flugzeugwartung ermöglichen kann. Durch die großflächige Ausbreitung der Lamb-Wellen können theoretisch große Bereiche mit wenigen Aktoren und Sensoren abgedeckt werden. Die hohe Dichte an Versteifungselementen in typischen Luftfahrtstrukturen führt allerdings – infolge von Interaktionen – zu komplexen Wellenfeldern. Dies erschwert die Identifikation und Ortung von Schäden bei der Analyse von Sensorsignalen.

Neben experimentellen Untersuchungen kann vor allem die Simulation der Wellenausbreitungsvorgänge viel zu deren Verständnis beitragen. Eine Simulation größerer Strukturen ist jedoch mit etablierten Verfahren, wie etwa der FEM, nur unter erheblichem Aufwand zu realisieren. Die zur Schadensortung nötigen kurzen Wellenlängen und hohen Frequenzen erfordern eine kleinteilige Diskretisierung und eine hohe Anzahl an Zeitschritten. In den letzten Jahren wurden numerische und analytische Verfahren vorgestellt, die direkt an das spezielle Problem der Plattenwellen angepasst sind. Sowohl die FEM als auch spezialisierte Verfahren eignen sich hervorragend, um einzelne Effekte der Wellenausbreitung im Detail zu untersuchen. Allerdings ist eine Analyse großer komplexer Strukturen auf Basis der zurzeit verfügbaren Berechnungsmethoden nicht realisierbar.

Es stellt sich die Frage, ob es möglich ist, die Wellenausbreitung in großen Luftfahrtstrukturen mit deutlich verringertem Aufwand abzubilden. Grundlage dessen kann nur eine starke Modellreduktion sein. Hierbei sind analytische Ansätze von besonderem Interesse, da diese die Wellenausbreitung in homogenen Flächen mit minimalem Aufwand simulieren können. Im Gegenzug stellen Inhomogenitäten ein besonderes Problem für diese Methoden dar. Ein Verfahren zur Vereinfachung von Inhomogenitäten ist demnach entscheidend für eine effiziente Modellierung großer Luftfahrtstrukturen.

Das Kernthema dieser Arbeit ist ein Ansatz zur Vereinfachung solcher Inhomogenitäten und ein darauf aufbauendes Modell. Statt einer möglichst genauen Abbildung der transienten Abläufe wird hier eine Approximation angestrebt, die nur die für die Wellenausbreitung notwendigen Effekte wiedergibt. In diesem *Minimalmodell* wird die Struktur in homogene und inhomogene Bereiche unterteilt. Zunächst werden die Bereiche auf Eigenschaften reduziert, die für die Wellenausbreitung relevant sind. Damit lassen sich die plattenartigen Strukturen als 2D-Modell abbilden und die Wellenausbreitung mit einem Raytracing-Algorithmus berechnen. Anschließend kann das Signal an einem Punkt in der Struktur aus der Überlagerung ebener Wellen bestimmt werden.

Die Verifikation dieses Modells wird anhand experimenteller und numerischer Daten durchgeführt. Zentrale Fragestellung ist hierbei, ob die verwendeten Kennwerte geeignet sind reale, Interaktionsvorgänge abzubilden und wo die Anwendungsgrenzen des Modells liegen. Während die Laufzeiten einzelner Wellenpakete zuverlässig vorhergesagt werden können, zeigen die Amplituden stärkere Abweichungen. Verursacht wird dies nicht durch den Modellierungsansatz, sondern durch die Verfahren zur Charakterisierung der Struktur. Der angestrebte Effizienzgewinn zeigt sich an der Berechnungsdauer, die um drei Größenordnungen gegenüber der FEM verringert ist. Die Auswertung der Ergebnisse lässt darauf schließen, dass der gewählte Ansatz für eine effiziente Approximation von Wellenausbreitungsvorgängen in komplexen Strukturen geeignet ist. Es wird jedoch auch deutlich, wo die Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten des Verfahrens liegen. Insbesondere der Austausch der Methode zur Strukturcharakterisierung und der Wechsel von einem 2D-Modell zu einem Flächenmodell können die Genauigkeiten und die Flexibilität des Modells erhöhen, ohne die Effizienz negativ zu beeinflussen.

Abstract

Lamb wave based structural health monitoring (SHM) is a promising approach to continuously monitor the state of aircraft structures and identify damage. This technique can be an enabler for the long-term goal of condition based maintenance. In theory, few sensors and actuators suffice to cover large areas, due to the small attenuation of guided plate waves. However, the presence of stiffeners in aircraft structures results in wave interactions and thus a complex wave field, complicating damage detection. Signal analysis is for this reason one of the major technical challenges for the development of SHM systems.

Apart from experimental investigations, simulations can be used to analyze and understand wave propagation. While simulations allow for an easy variation of model properties, they require a good balance of accuracy and efficiency to be useful. Well-established numerical methods like the FEM are able to model a large variety of geometries and physical problems. However, they are not suited for the simulation of Lamb wave propagation in large aircraft structures, as small wavelengths and high frequencies require a fine spatial and temporal discretization. Specialized numerical and analytic simulation approaches have been proposed in the last decades to solve wave propagation problems with greater efficiency. While these methods are ideal to examine individual effects of limited size, they are still not suited for large and complex structures.

A simulation approach for wave propagation in aircraft structures with drastically reduced computation cost has to be based on an equally drastic model reduction. Analytic methods are of special interest in this regard, as they are able to simulate wave propagation in homogeneous areas with little effort. On the contrary, inhomogeneities are especially challenging for these methods. An approach to model inhomogeneities with reduced complexity is thus a crucial step to enable the efficient simulation of large aerospace structures.

The main topic of this thesis is an approach to simplify such inhomogeneities and a novel model based on these simplifications. A very efficient simulation is achieved by approximating the transient process with a superposition of a small number of effects relevant for wave propagation. This *minimal model* divides the geometry into homogeneous and inhomogeneous parts. Properties of these parts are calculated in a pre-processing step and allow a reduction of the geometry to a 2D Model. Geometric information about the wave propagation within this model is calculated with ray tracing. Based on this information, time signals are determined by superimposing plane waves.

Experimental and numerical results are used for verification of the proposed simulation approach. With these results, the suitability of the extracted properties and the limitations of the minimal model are assessed. While the time of flight of wave packets is in good agreement, their amplitudes show certain deviations. This is caused by the methods used during pre-processing to calculate the structural properties. Computation times are reduced by three orders of magnitude compared to FEM simulations, proving the efficiency of the proposed method. It is shown that the minimal model is generally suited to approximate wave propagation in complex structures. Limitations of the model in its current state are related to the geometries and inhomogeneities that can be modeled. Switching to more accurate pre-processing methods and changing the geometric representation into a surface model are the most promising steps to improve the minimal model without reducing its efficiency.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Motivation und Thesen	3
3	Geführte Wellen - Eigenschaften und Simulationsverfahren	7
3.1	Lamb-Wellen	7
3.2	Abgrenzung zu anderen Wellenarten	7
3.3	Eigenschaften geführter Wellen	10
3.4	Anregung und Messung	10
3.5	Darstellung im B-Bild	12
3.6	Phasengeschwindigkeit	14
3.7	Gruppengeschwindigkeit	14
3.8	Berechnungsverfahren für geführte Wellen	18
3.8.1	Transiente Verfahren in kommerzieller FE-Software	19
3.8.2	Alternative Berechnungsverfahren	21
3.8.3	Einordnung des Minimalmodells	24
4	Interaktion von Lamb-Wellen mit Unstetigkeiten	27
4.1	Reduktion von Unstetigkeiten	27
4.2	FEM-Simulation der Wellenausbreitung	31
4.2.1	Simulationsparameter	31
4.2.2	Materialkennwerte	32
4.2.3	2D-Modell des Plattenquerschnitts	33
4.2.4	3D-Modell	33
4.2.5	Nicht-reflektierender Rand	34
4.3	Bestimmung der Interaktionskennwerte	38
4.4	Validierung mit analytischen Ergebnissen	40
5	Minimalmodell zur Abbildung komplexer Geometrien	43
5.1	Funktionsprinzip	43
5.2	Annahmen, Randbedingungen und Grenzen des Modells	45
5.3	Raytracing	50
5.3.1	Raytracing-Verfahren in unterschiedlichen Disziplinen	51
5.3.2	Aufbau des 2D-Modells	53
5.3.3	Ablauf des Raytracing-Verfahrens	54
5.3.4	Brechung in isotropen Materialien	56
5.3.5	Brechung in anisotropen Materialien	59
5.3.6	Parameter des Raytracings	61
5.4	Signalsynthese	64
6	Verifikation des Modellierungsansatzes	69
6.1	Ziele und Parameter der Versuche	69
6.2	Gruppengeschwindigkeit in anisotropen Laminaten	72
6.2.1	Wellenfronten	72
6.2.2	Richtungsdifferenz zwischen Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	73
6.2.3	Diskussion der Ergebnisse	76

6.3	Abgleich des Minimalmodells	78
6.3.1	Aluminiumplatte ohne Unstetigkeit	78
6.3.2	Aluminiumplatte mit Ausfräsung	81
6.3.3	CFK-Platte	86
6.3.4	Diskussion der Ergebnisse	99
7	Zusammenfassung und Ausblick	101
7.1	Zusammenfassung	101
7.2	Ausblick	102
A	Kennwerte der Platten und Wandler	105
A.1	Materialdaten	105
A.2	Laminataufbau	106
A.3	Wellenfelder auf der Platte CFK06	106
	Literatur	109

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen:

A_0	erster antisymmetrischer Lamb-Wellen-Mode
S_0	erster symmetrischer Lamb-Wellen-Mode
SH_0	erster (symmetrischer) horizontaler Scherwellen-Mode
CA	<i>engl.</i> Cellular Automata, Zelluläre Automaten
CMEP	<i>engl.</i> complex modes expansion with vector projection
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
DGL	Differentialgleichung
EFIT	<i>engl.</i> Elastodynamic Finite Integration Technique
FCM	<i>engl.</i> Finite Cell Method
FDfE	<i>engl.</i> Frequency-Domain Finite-Element
FDM	Finite-Differenzen-Methode
FDTD	<i>engl.</i> Finite-Differences Time-Domain
FEM	Finite-Elemente-Methode
LISA	<i>engl.</i> Local Interaction Simulation Approach
MDof	<i>engl.</i> Master Degree of Freedom, Haupt-Freiheitsgrad
PSS	<i>engl.</i> Point Source Synthesis, Punktquellensynthese
PZT	Blei-Zirkonat-Titanat
SAFE	<i>engl.</i> Semi-Analytical Finite Element Method
SBFEM	<i>engl.</i> Scaled Boundary Finite Element Method
SCM	<i>engl.</i> Spectral Cell Method
SEM	Spektrale-Elemente-Methode
SH	<i>engl.</i> shear-horizontal, horizontal polarisierte Scherwelle
SHM	<i>engl.</i> Structural Health Monitoring
SMM	Steifigkeitsmatrizen-Methode
SNR	<i>engl.</i> signal-to-noise ratio, Signal-Rausch-Verhältnis
UD	unidirektional

Formelzeichen:

a	Anregungssignal
A	Amplitude
A_P	Amplitude des primären Wellenpakets
A_R	Amplitude des reflektierten Wellenpakets
A_T	Amplitude des transmittierten Wellenpakets
β	steifigkeitsproportionaler Anteil der Rayleigh-Dämpfung
b	minimale Sensorabmessung
C	Dämpfungsmatrix
c_p	Phasengeschwindigkeit
c_g	Gruppengeschwindigkeit
c_L	quasi-Longitudinalgeschwindigkeit in einer Platte
C_R	Reflexionskoeffizient, analytisch
C_T	Transmissionskoeffizient, analytisch
d	Plattendicke
δ	Dämpfungsfaktor

D	Amplitudenverteilung am Aktor
E	Elastizitätsmodul
f	Frequenz
f_0	Mittenfrequenz, Anregungsfrequenz
\mathbf{F}	Lastvektor
g	berechnetes Signal eines Wellenpakets in der Signalsynthese
h	Randbedingung in der Signalsynthese
I_R	Reflexionskoeffizient
I_T	Transmissionskoeffizient
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix
κ	Wachstumsfaktor
l	Abstand zwischen Aktor und Sensor
λ	Wellenlänge
λ_{min}	kleinste vorhandene Wellenlänge
λ_R	Wellenlänge der Rayleigh-Welle
λ_T	Wellenlänge der Transversalwelle
Λ	logarithmisches Dekrement
\mathbf{M}	Massenmatrix
n_M	Anzahl der auftretenden Moden bei einer Frequenz
n_p	Pulsanzahl
n_ϕ	Anzahl an Strahlen am Aktor zu Beginn des Raytracings
n_R	Anzahl an Strahlen in einem Interaktionsschritt des Raytracings
ν	Querkontraktionszahl
ϕ	Orientierung in der Plattenebene
$\Delta\phi_A$	Winkelschritt zwischen den Strahlen am Aktor
$\Delta\phi$	Winkeldifferenz zwischen den Richtungen von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit
$\overline{\Delta\phi}$	Standardabweichung von $\Delta\phi$ über den Umfang
φ	Winkel zwischen einem Strahl und der Normalen einer Unstetigkeit
φ_P	Einfallswinkel des primären Wellenpakets
φ_R	Ausfallswinkel des reflektierten Wellenpakets
φ_T	Ausfallswinkel des transmittierten Wellenpakets
q	zurückgelegte Strecke eines Wellenpakets nach der Anregung
Q	Signal-Rausch-Verhältnis
ρ	Dichte
r	Radius
s	Langsamkeit (<i>engl.</i> slowness)
t	Zeit
u	Verschiebung
\mathbf{u}	Verschiebungsvektor
v	Wellenzahl
ξ	Dämpfungsrate, Dämpfungsgrad
Z	Schallkennimpedanz

1 Einleitung

Die kontinuierliche Strukturüberwachung ist aktuell ein viel diskutiertes Thema in der Luftfahrtforschung, welches langfristig bedeutenden Einfluss auf die Wartung von Flugzeugen haben kann. Für die Überwachung dünnwandiger Strukturen eignen sich vor allem Ultraschallverfahren mit geführten Wellen. Deren großflächige Ausbreitung kann theoretisch große Bereiche mit wenigen Aktoren und Sensoren abdecken. Die hohe Dichte an Versteifungselementen in typischen Luftfahrtstrukturen führt allerdings infolge von Interaktionen zu komplexen Wellenfeldern, was die Identifikation und Ortung von Schäden erschwert. Damit ist die Signalanalyse eines der größten Hindernisse auf dem Weg zu einem System, welches mit minimalem Hardwareaufwand Schäden zuverlässig identifizieren kann.

Neben experimentellen Untersuchungen kann vor allem eine numerische Abbildung der Wellenausbreitungsvorgänge viel zu deren Verständnis beitragen. Eine Simulation größerer Strukturen ist mit etablierten Verfahren, wie etwa der Finite-Elemente-Methode (FEM), nur unter erheblichem Aufwand zu realisieren. Die zur Schadensortung nötigen kurzen Wellenlängen und hohen Frequenzen erfordern eine kleinteilige Diskretisierung und eine hohe Anzahl an Zeitschritten. In den letzten Jahren wurden viele Verfahren vorgestellt, die direkt an das spezielle Problem der Plattenwellen angepasst sind. Eine effizientere Berechnung wird bei diesen spezialisierten Verfahren mit geringerer Flexibilität erkauft. Hierbei ergeben sich Fragen bezüglich Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit dieser Methoden.

Sowohl die FEM als auch spezialisierte Verfahren eignen sich hervorragend, um einzelne Effekte der Wellenausbreitung im Detail zu untersuchen. Allerdings gibt es Fragestellungen, die eine Analyse großer Strukturbereiche erfordern. Ein Beispiel hierfür sind Optimierungsaufgaben, wie etwa der Entwurf von Wandlernetzwerken mit einer möglichst geringen Dichte an Sensoren und Aktoren. Auch die Ermittlung von Referenzsignalen zur Identifikation von schadensinduzierten Signaländerungen erfordert die Betrachtung des gesamten Signalfades und damit ausgedehnter Areale. Dies ist auf Basis der zurzeit verfügbaren Berechnungsmethoden nicht realisierbar.

Es stellt sich die Frage, ob es möglich ist, die Wellenausbreitung in großen Luftfahrtstrukturen mit deutlich verringertem Aufwand abzubilden. Grundlage dessen kann nur eine starke Modellreduktion sein, wie in Kapitel 2 erläutert. Teil des sich anschließenden Kapitel 3 ist eine Übersicht zu etablierten und neuartigen Berechnungsverfahren zur Abbildung geführter Wellen. Für die Zielsetzung einer starken Modellreduktion sind analytische Ansätze von besonderem Interesse, da diese die Wellenausbreitung in homogenen Flächen mit minimalem Aufwand simulieren können. Im Gegenzug stellen Inhomogenitäten ein besonderes Problem für diese Verfahren dar. Ein kennzeichnendes Merkmal von tragenden Luftfahrtbauteilen sind jedoch versteifende Elemente. Deren Vereinfachung ist demnach entscheidend für eine effiziente Modellierung großer komplexer Strukturen. Ein Ansatz zur Reduktion sprunghafter Änderungen in der Struktur auf wenige Kennwerte wird in Kapitel 4 diskutiert. Die Anwendung dieser Kennwerte zur Abbildung von Wellenausbreitungsvorgängen erfordert ein geeignetes Modell, welches in Kapitel 5 vorgestellt wird. Statt einer möglichst genauen Abbildung der transienten Abläufe wird hier eine Approximation angestrebt, die nur die für die Wellenausbreitung notwendigen Effekte wiedergibt. Eine Verifikation dieses *Minimalmodells* anhand experimenteller Messungen und numerischer Simulationen ist in Kapitel 6 zu finden. Zentrale Fragestellung ist hierbei, ob die verwendeten Interaktionskennwerte geeignet sind, reale Interaktionsvorgänge abzubilden und wo die Anwendungsgrenzen des Modells liegen.

2 Motivation und Thesen

Die Ausbreitung longitudinaler Ultraschallwellen ist in Theorie und Praxis gut erforscht und wird umfangreich eingesetzt, etwa zur Sonographie in der Medizin oder in der Werkstoffprüfung. Dagegen ist die Simulation geführter Wellen für den Einsatz in der kontinuierlichen Strukturüberwachung (SHM, *engl.* Structural Health Monitoring) bisher fast ausschließlich grundlagenorientiert. Das Ziel ist häufig ein besseres Verständnis bestimmter Effekte, wie spontaner Modenkonversion, Abstrahlcharakteristik von Aktoren oder Wellenlaufzeiten in bestimmten Bauteilen. Abhandlungen mit Bezug zu Lamb-Wellen und Simulation thematisieren in den meisten Fällen neue oder verbesserte Verfahren. Angestrebt wird eine effizientere Berechnung im Vergleich zu kommerzieller Software, ohne Einschränkungen bezüglich der Wellenausbreitung. Das geplante Einsatzgebiet solcher spezialisierter Simulationsmethoden liegt jedoch praktisch immer im Bereich der Grundlagenforschung. Wichtige Erkenntnisse zur Wellenausbreitung und -interaktion konnten bereits mit solchen Verfahren gewonnen werden, jedoch beschränkt sich deren Einsatz bisher auf den Labormaßstab [1–3]. Zukünftig sind solche effizienten Berechnungsverfahren sehr wahrscheinlich ein Teil des Entwicklungsprozesses von SHM-Systemen. Auch beim Anpassen eines Systems an eine spezifische Struktur oder variable Umgebungsbedingungen kann die Simulation eine große Rolle spielen. Ein Beispiel ist die Platzierung der Sensoren und Aktoren, so dass sich mit minimalem Hardwareaufwand Schäden in allen relevanten Bereichen detektieren lassen. Dies muss individuell auf einzelne Geometrien abgestimmt werden, da die Ausbreitung der Wellen in komplexen Luftfahrtbauteilen nur schwer vorhersehbar ist. Es ist anzunehmen, dass sich letztlich nur ein geringer Teil der zurzeit in Entwicklung befindlichen Methoden im Bereich des SHM durchsetzen wird.

Neben den genannten Einsatzgebieten für die Wellensimulation existiert ein weiteres Feld, das von der Wissenschaftsgemeinschaft bisher praktisch unbeachtet geblieben ist. Mit dem Ziel von SHM Schäden online, also während des laufenden Betriebes, und zeitnah nach deren Auftreten zu finden, werden sehr effiziente Algorithmen zur Signal- und Datenverarbeitung nötig. Erschwerend kommt hinzu, dass für den Industrieinsatz geeignete Hardware nur stark begrenzte Rechenkapazitäten besitzt. Zu den wichtigsten Informationen bei der Interpretation der Sensorsignale gehören Daten zur Wellenausbreitung in der Struktur. Während es verschiedene Ansätze zur Laufzeitberechnung gibt, die auch in Einzelfällen effizient sind, scheint eine direkte Simulation der Wellenausbreitung aus den genannten Gründen wenig erfolgversprechend. Es wird jedoch angenommen, dass eine starke Modellvereinfachung möglich ist, mit der sich der Rechenaufwand minimieren lässt. Grundlage dieser Vermutung sind Erfahrungen aus vorherigen Arbeiten im Bereich der Lamb-Wellen und deren Simulation. Konkret handelt es sich dabei um die Möglichkeit die Wellenausbreitung spektral als Übertragungsfunktion zu beschreiben und das beobachtete Interaktionsverhalten an sprunghaften Plattenänderungen, welches räumlich stark begrenzt ist [4, 5]. Diese sprunghaften Änderungen von Material oder Geometrie können als Diskontinuität oder Unstetigkeit bezeichnet werden. Inhomogenität ist dagegen ein übergeordneter Begriff, da er auch nicht-sprunghafte Änderungen mit einschließt.

Auf Basis einer Modellreduktion solcher Unstetigkeiten in Kombination mit einer analytischen Beschreibung der Wellenausbreitung sollte eine näherungsweise Abbildung der Ausbreitungsvorgänge von Lamb-Wellen in komplexen Strukturen möglich sein. Die Bezeichnung *komplex* bezeichnet hier konkret plattenartige Strukturen mit sprunghaften Änderungen in den elastischen Parametern oder der Geometrie. Diese Beschreibung trifft

beispielsweise auf mehrfach versteifte CFK-Bauteile in der Luftfahrt zu. Hiermit ergibt sich die Forschungsthese, die wissenschaftliche Fragestellung, die Lücke im Gebäude der Wissenschaft, die in dieser Arbeit behandelt werden soll.

Forschungsthese

**Unstetigkeiten in plattenartigen Faserverbundstrukturen
lassen sich für den Fall der Interaktion mit Lamb-Wellen
mit deutlich reduzierter Modellkomplexität approximieren.**

Trifft ein Wellenpaket in Ausbreitungsrichtung auf eine solche Unstetigkeit, kommt es zur Interaktion. Generell zeichnet sich eine Interaktion dadurch aus, dass sich die Ausbreitungsrichtung eines Wellenpaketes ändert und weitere Wellenpakete entstehen. In Abhängigkeit von der Unstetigkeit kann Transmission, Reflexion oder Modenkonversion auftreten. Die ersten beiden Effekte sind aus vielen anderen technischen Disziplinen bekannt. Konvertierte Moden entstehen an Unstetigkeiten, da bei Plattenwellen immer mehrere Wellenmoden bei einer Anregungsfrequenz existieren. Aus der Beobachtung der geringen Anzahl an unterschiedlichen Interaktionstypen bei vielen Unstetigkeiten ergibt sich die erste Arbeitshypothese.

1. Arbeitshypothese

Konstruktionsbedingte Unstetigkeiten können durch wenige Interaktionstypen beschrieben werden. Dies sind hauptsächlich Reflexion, Transmission und Modenkonversion.

Bei Luftfahrtbauteilen besitzen viele Konstruktionselemente auf der plattenartigen Grundstruktur, wie etwa Versteifungen, klare Grenzen. Diese stellen Unstetigkeiten dar, an denen der Interaktionsvorgang lokalisiert ist. Ein Versteifungselement braucht folglich für den Fall der Interaktion mit geführten Wellen nicht vollständig in Material und Geometrie modelliert werden, sondern kann durch Linien mit entsprechenden Interaktionseigenschaften abgebildet werden. Sind die Unstetigkeiten der Struktur auf diese Weise reduziert, verbleiben zwischen ihnen Flächen mit homogenen Eigenschaften.

2. Arbeitshypothese

Die Komplexität von Modellen lässt sich deutlich verringern, wenn sich Strukturen in homogene Flächen mit Unstetigkeiten als Begrenzungen aufteilen lassen.

Für eine Modellreduktion müssen die Eigenschaften des Bauteils jedoch vorher in detaillierten Berechnungen, etwa mit der FEM, bestimmt werden. Allerdings können einmal gewonnen Kennwerte in einer Datenbank hinterlegt und bei identischen Unstetigkeiten wiederverwendet werden. Das Verhalten geführter Wellen ist nicht nur von Material, Geometrie und Anregung abhängig, sondern wird auch durch Umgebungsbedingungen, wie Temperatur, äußere Lasten und Feuchtigkeit, bestimmt. Datenbanken mit Interaktionskennwerten können um zusätzliche Dimensionen erweitert werden und damit entsprechende Zusammenhänge abbilden.

Trotz der zunehmenden Verwendung von kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) in der Luftfahrtindustrie, werden die richtungsabhängigen Eigenschaften dieses Materials bisher nicht genutzt und ausschließlich quasi-isotrope Lamine eingesetzt [6]. Für eine Modellreduktion ergeben sich durch den Ausschluss beliebiger Anisotropie weitere Möglichkeiten zur Vereinfachung. Bei der Auslegung solcher Lamine ist das Ziel ein nahezu

isotropes Verhalten bezüglich makroskopischer Parameter, die für die Konstruktion relevant sind. Dies sind primär Steifigkeit und Festigkeit bei einachsiger Zug-/Druckbelastung [7]. Infolge der Anisotropie der Einzelschichten im Laminat sind bei der Wellenausbreitung die einzelnen Auslenkungskomponenten miteinander gekoppelt. Somit ist auch in quasi-isotropen Laminaten eine Richtungsunabhängigkeit nur in Ausnahmefällen gegeben. Entsprechend ist die dritte Arbeitshypothese zu prüfen.

3. Arbeitshypothese

Die Wellenausbreitung lässt sich trotz der vorge-schlagenen Modellvereinfachungen in isotropen und quasi-isotropen Plattenmaterialien abbilden.

Ein Vorteil von Lamb-Wellen bei der Detektion von Schäden ist die Sensitivität der Wellen für Störungen mit Abmessungen im Bereich der angeregten Wellenlänge oder sogar darunter [8]. Dies stellt jedoch gleichzeitig eine Herausforderung für die Simulation der Wellen dar. Grundlage jedes Modells ist eine Vereinfachung gegenüber der Realität. Unterschiede zwischen Modell und realer Geometrie im Bereich weniger Millimeter können aufgrund dieser Sensitivität sichtbare Auswirkungen auf das Wellenfeld haben. Ein Modell wird häufig anhand der Konstruktionspläne eines Bauteils erstellt. Einige Unterschiede entstehen bereits bei diesem Schritt durch Vereinfachung und Annahmen, etwa der Homogenisierung von Materialien. Weitere Abweichungen entstehen bei der Fertigung. Die Zufälligkeit dieser Abweichungen sorgt für Diskrepanzen zwischen Modell und Struktur, die sich mit jedem produzierten Bauteil ändern. Lernende Verfahren eignen sich für diese Fälle, da neu installierte SHM-Systeme die Eigenschaften einzelner Bauteile erfassen können. Ein schnelles Näherungsverfahren, welches auf stark vereinfachten Modellen basiert, ist deutlich weniger von einer exakten Abbildung der realen Struktur abhängig. Um dennoch eine gewünschte Genauigkeiten zu erreichen, scheint die Anpassung eines Modells an ein Bauteil über eine Lernphase erfolgversprechender als eine möglichst detailgetreue Wiedergabe des Verhaltens einer idealen Geometrie auf Basis von Konstruktionsplänen.

3 Geführte Wellen - Eigenschaften und Simulationsverfahren

Eine Modellreduktion zur vereinfachten Simulation von Wellenausbreitungsvorgängen, wie sie in Kapitel 2 vorgeschlagen wird, erfordert sowohl ein gutes Verständnis der auftretenden physikalischen Effekte als auch Kenntnis der bereits existierenden Simulationsmethoden. Zunächst soll in diesem Kapitel auf die wichtigsten Eigenschaften geführter Wellen und speziell Lamb-Wellen eingegangen werden. Neben grundlegenden Merkmalen der Wellen gehört dazu auch deren Anregung und Darstellung sowie die Berechnung von Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Zuletzt soll ein Überblick über die vielfältigen Möglichkeiten zur Simulation geführter Wellen gegeben werden, die aktuell verfügbar sind oder erforscht werden.

3.1 Lamb-Wellen

Lamb-Wellen sind geführte Wellen in dünnwandigen homogenen Strukturen. Die Bezeichnung *geführt* bezieht sich auf die Eigenschaft von Wellen einer Oberfläche zu folgen. Anschaulicher ist dieser Begriff in Bezug auf Oberflächenwellen, wie etwa Rayleigh- oder Love-Wellen, die einer freien Oberfläche folgen, statt sich beliebig tief in das Medium hinein fortzupflanzen.

Lamb-Wellen wurden erstmals 1917 von Horace Lamb theoretisch beschrieben [9]. Für einen großen Frequenzbereich experimentell nachgewiesen wurden Lamb-Wellen 1961 von Worlton [10]. Die Grundlagen zum praktische Einsatz dieses Wellentyps in der zerstörungsfreien Prüfung hat Viktorov 1967 gelegt, indem er viele Beobachtungen mit der Theorie in Einklang brachte und Anleitung zur Anwendung dieses Wellentyps im Prüfbetrieb gab [11]. Diese und die vorhergehenden Arbeiten von Firestone und Ling haben maßgeblich zur Prägung des Begriffs der Lamb-Wellen in den fünfziger und sechziger Jahren des letzten Jahrhunderts beigetragen [12]. Seit diesen Grundlagenuntersuchungen finden Lamb-Wellen in immer mehr Einsatzgebieten Verwendung. Dazu zählen unter anderem analoge Verzögerungsleitungen, Anwendungen in der zerstörungsfreien Prüfung und der Einsatz als Transportmechanismus für kleinste Flüssigkeitsmengen in Mikropumpen [13].

3.2 Abgrenzung zu anderen Wellenarten

Im einem allseitig unbegrenzten Festkörper können sich nur Transversal- und Longitudinalwellen ausbreiten. In Platten reflektieren diese grundlegenden Wellentypen an den beiden parallelen Grenzflächen und überlagern sich, wodurch theoretisch eine unbegrenzte Anzahl unterschiedlicher Wellenmoden auftreten kann. Unterscheidungsmerkmale dieser Moden sind das Schwingungsverhalten über der Plattendicke und der Verlauf der Ausbreitungsgeschwindigkeit über der Frequenz, der sogenannten Dispersion.

In dieser Arbeit werden alle Wellentypen, die allein in Platten auftreten können, als Plattenwellen bezeichnet. Diese Definition schließt andere geführte Wellen wie Oberflächenwellen aus. Gleichzeitig werden Wellen einbezogen, die nicht mehr der Definition der Lamb-Welle genügen, aber klar die Konsequenz der dünnwandigen Struktur sind. Dies ist beispielsweise bei Platten aus anisotropen Materialien der Fall. Als Abgrenzung zu den im Folgenden beschriebenen klassischen Plattenwellen, kann im Zusammenhang mit der Strukturüberwachung auch von Ultraschall-Plattenwellen gesprochen werden.

Wird zunächst von den klassischen analytischen Lösungen für ebene Flächentragwerke ausgegangen, lassen sich nur drei Arten von Wellen in dünnwandigen Strukturen berechnen [14]. Die wichtigsten Annahmen dieser Lösungen sind homogenes und linear-elastisches Material, kleine Verformungen und das Fehlen von Schubverformungen über den Plattenquerschnitt im Fall von Biegung. Auf Basis der Theorie für Scheiben ergeben sich Longitudinal- und Scherwellen als zwei der drei Wellenarten. Hierbei handelt es sich nicht um reine Longitudinalwellen, da es infolge der Plattenoberflächen zu Querkontraktion kommt und Auslenkungen quer zur Ausbreitungsrichtung auftreten. Daher wird im Zusammenhang mit Platten auch häufig von Quasi-Longitudinalwellen oder Dehnwellen gesprochen. Bei den Scherwellen handelt es sich um horizontal polarisierte Transversalwellen. Diese spielen jedoch nur eine sehr untergeordnete Rolle in Theorie und Praxis. Als dritter Typ können nach der Kirchhoff'schen Plattentheorie frequenzabhängige Biegewellen berechnet werden. Bei niedrigen Anregungsfrequenzen lassen sich auf Basis dieser Theorien die Eigenschaften der drei Wellentypen korrekt berechnet. Ein Großteil der Vereinfachungen und Annahmen, die diesen klassischen Lösungen zu Grunde liegen, treffen auch auf den Anwendungsfall der Lamb-Wellen zu. Dagegen ist die Verzerrung des Querschnitts bei höheren Anregungsfrequenzen nicht mehr vernachlässigbar. In Abb. 3.1 wird ersichtlich, dass die für dünne Platten bestimmten Kurven der Dehn- und Biegewelle mit steigender Frequenz f von den Geschwindigkeiten c_p der Lamb-Wellen abweichen und damit ihre Gültigkeit verlieren.

Erst Horace Lamb fand eine analytische Lösung der Navier-Laméschen Differentialgleichung für ein von zwei planaren Flächen begrenztes, homogenes, isotropes, ideal elastisches Kontinuum [9]. Damit wurde es möglich die Wellenausbreitung für höhere Frequenzen zu beschreiben. Mit steigender Frequenz ändert sich nicht nur der Verlauf der Geschwindigkeitskurven, sondern es nimmt auch die Anzahl der Moden zu. Praktisch wird der obere Frequenzbereich, in dem noch von Lamb-Wellen gesprochen werden kann, dadurch begrenzt, dass eine Plattenwelle bei abnehmender Wellenlänge zu zwei Oberflächenwellen übergeht. Eine klare Abgrenzung der Wellenarten ist dabei nicht möglich, da der Übergang kontinuierlich verläuft. Allgemeiner werden diese Wellen daher häufig als Rayleigh-Lamb-Wellen zusammengefasst. Wann ein Übergang von Platten- zu Oberflächenwellen erfolgt, kann jedoch abgeschätzt werden, wenn bedacht wird, dass bei Rayleigh-Wellen die Auslenkungen mit wachsendem Abstand zur freien Oberfläche schnell abnehmen. In einer Tiefe von einer Wellenlänge liegt die maximale out-of-plane Auslenkung bei nur noch etwa 20% im Vergleich zur Plattenoberfläche. Bei einer Plattendicke von mehr als der doppelten Wellenlänge verringert sich die Interaktion zwischen den Wellen auf Ober- und Unterseite weiter und eine unabhängige Ausbreitung wird möglich. Entsprechend finden sich in der Literatur experimentell überprüfte Abschätzungen, nach denen reine Rayleigh-Wellen auftreten, wenn das Verhältnis von Plattendicke d zur Wellenlänge λ_T größer als $8/\pi$ ist [15, 16]. Hierbei ist die zu Grunde gelegte Wellenlänge λ_T die der Transversalwelle im unbegrenzten Volumen. Die Rayleigh-Wellenlänge λ_R kann in Abhängigkeit der Querkontraktionszahl ν näherungsweise mit Gleichung 3.1 berechnet werden [11].

$$\lambda_R = \frac{0,87 + 1,12 \cdot \nu}{1 + \nu} \cdot \lambda_T \quad (3.1)$$

Bei für Metallen üblichen Werten von $\nu = 0,3$ ergibt sich damit, dass von Rayleigh-Wellen gesprochen werden kann, wenn $d/\lambda_R > 2,7$. Für hohe Frequenzen fallen die Phasengeschwindigkeiten der fundamentalen Moden S_0 und A_0 mit denen der Rayleigh-Wellen zusammen (siehe Abb. 3.1). Bei diesen Moden kann entsprechend für Wellenlängen, die größer als $d/2,7$ sind, die Bezeichnung Lamb-Welle verwendet werden.

Zusätzlich zu den eigentlichen Lamb-Wellen können in einer Platte horizontale Scherwellen (SH, *engl.* shear horizontal) auftreten. Diese SH-Wellen schwingen quer zur Ausbrei-

tungsrichtung in der Plattenebene und besitzen keine Auslenkung normal zur Oberfläche, da sie keine Volumenänderungen erzeugen. Sie sind folglich experimentell nur schwer nachweisbar und zurzeit noch von geringer praktischer Bedeutung. Gelegentlich werden SH-Wellen zu den Lamb-Wellen gezählt, allerdings besitzen Lamb-Wellen per Definition nur Auslenkungen in Ausbreitungsrichtung sowie in Richtung der Plattenormalen [9].

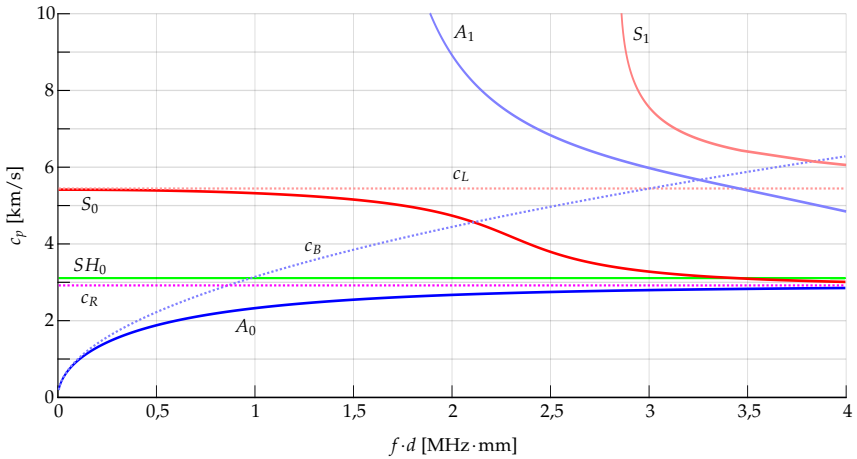


Abbildung 3.1: Dispersionskurven einer Aluminiumplatte: Quasi-Longitudinalwelle (c_L), Biegewelle (c_B), Rayleigh-Welle (c_R), Lamb-Wellen (A_0 , S_0 , A_1 , S_1) und Scherwelle (SH_0)

Solche klaren Aussagen sind nur bei isotropen Plattenmaterialien möglich. Bei anisotropen Werkstoffen sind, bis auf wenige Ausnahmen, alle Bewegungsrichtungen miteinander gekoppelt. Folglich genügen die Wellenmoden dann nicht mehr den Definitionen von Lamb- oder SH-Wellen und können höchstens anhand ihrer Hauptauslenkungsrichtung einem bestimmten Typ zugeordnet werden. Um diesen Umstand klar zu machen, werden gelegentlich Begriffe wie quasi-SH-Mode verwendet. Insbesondere bei Platten aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK), in denen mehrere Schichten aus anisotropem Material mit unterschiedlichen Ausrichtungen geschichtet sind, können reine Lamb- oder SH-Wellen nur in wenigen Ausbreitungsrichtungen auftreten, die Symmetrieachsen des Materials darstellen. Die Unterscheidung in symmetrische und antisymmetrische Moden kann beibehalten werden, solange ein Laminat symmetrisch bezüglich der Mittelebene aufgebaut ist. Diese Einteilung ist auch für SH-Moden möglich. Luftfahrtbauteile aus Verbundmaterial sind üblicherweise symmetrisch aufgebaut. Nicht-symmetrisch aufgebaute Plattenbereiche können allerdings unter anderem in Folge einseitig aufgetragener Versteifungselemente auftreten. Hier kann je nach Ausprägung der Symmetrie noch von quasi-symmetrischen bzw. -antisymmetrischen Moden gesprochen werden, um dies voneinander zu unterscheiden. In dieser Arbeit werden jedoch ausschließlich isotrope Materialien und symmetrisch aufgebaute Lamine betrachtet. Aufgrund der untersuchten Fragestellung ist eine Unterscheidung zwischen reinen und quasi-Lamb-Wellen nicht erforderlich und auch im Bezug auf CFK-Platten werden alle Plattenwellen im betrachteten Frequenzbereich als Lamb-Wellen bezeichnet.

3.3 Eigenschaften geführter Wellen

In Abb. 3.1 auf der vorherigen Seite sind bereits einige wichtige Merkmale von Lamb-Wellen zu erkennen. Die als Dispersion bezeichnete Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit sorgt für ein *Auseinanderlaufen* der aus mehreren Frequenzanteilen zusammengesetzten Wellenpakete. Wie in diesem Dispersionsdiagramm dargestellt, ist bezogen auf die Phasengeschwindigkeit eine Änderung der Frequenz äquivalent zu einer Änderung der Plattendicke. Daher wird häufig das Produkt aus Frequenz f und Dicke d auf der Abszissenachse aufgetragen. Praktisch erfolgt eine Parametervariation jedoch sehr viel häufiger über der Frequenz als über der Plattendicke. Daher wird im Folgenden der Einfachheit halber nur von einer Frequenzabhängigkeit gesprochen. Die Phasengeschwindigkeit c_p bezeichnet die Geschwindigkeit, mit der sich in einem Wellenpaket Punkte gleicher Phase ausbreiten, und wird näher in Abschnitt 3.6 erläutert. Sie ist zu unterscheiden von der Gruppengeschwindigkeit, mit der sich die Ausbreitung des gesamten Wellenpakets beschreiben lässt (siehe Abschnitt 3.7).

Lamb-Wellen lassen sich anhand der Schwingungen bezogen auf die Plattenmittelebene als symmetrisch und antisymmetrisch klassifizieren. Die Reihenfolge ihres Auftretens im Dispersionsdiagramm bestimmt dabei die Ordnung der Moden. Der S_0 - und der A_0 -Mode werden hierbei als fundamentaler symmetrischer bzw. antisymmetrischer Mode bezeichnet. Moden höherer Ordnung, wie der A_1 - und der S_1 -Mode treten ab bestimmten Grenzfrequenzen auf. Da die fundamentalen Moden keine untere Grenzfrequenz besitzen, sind bei einer Anregungsfrequenz immer mindestens zwei Lamb-Wellenmoden im Wellenfeld vorhanden. Durch den multimodalen Charakter der Lamb-Wellen kommt es bei ihrer Interaktion mit Inhomogenitäten in den meisten Fällen zu einer teilweisen Umwandlung in die anderen Moden, der sogenannten Modenkonversion. Eine Ausnahme stellen dabei Inhomogenitäten dar, die symmetrisch bezüglich der Plattenmittelebene sind [2]. Auch bei der Anregung muss im Allgemeinen mit mindestens zwei Wellenfronten - eine je Mode - gerechnet werden. Mithilfe von Aktoren, die an die Wellenlänge angepasst sind, ist es möglich einzelne Moden zu verstärken oder abzdämpfen, so dass von einer modenselektiven oder sogar monomodalen Anregung gesprochen werden kann [17].

Die Merkmale, mit denen sich Moden bei einer Frequenz hauptsächlich unterscheiden, sind die Phasengeschwindigkeit bzw. Wellenlänge und die Dehnungsverteilungen über dem Plattenquerschnitt [11]. Plattenwellen setzen sich im Allgemeinen aus Schwingungsanteilen in allen drei Raumrichtungen zusammen. Ein Punkt der Platte schwingt daher auf einer Ellipse, die beliebig im Raum liegen kann und die sich als Unterscheidungsmerkmal für die Moden nutzen lässt [18, 19]. Mit der Frequenz steigt der Einfluss der Materialdämpfung auf die Amplitude der Wellen [20, 21]. Die resultierende geringe Reichweite der Lamb-Wellen ist wenig dienlich für SHM-Systeme, deren Zweck eine Überwachung großer Strukturbereiche mit wenigen Sensoren ist. Weiterhin treten bei steigender Anregungsfrequenz zusätzliche Moden höherer Ordnung auf, die eine Analyse von Signalen und Wellenfeldern erschweren. Ein dritter Grund für das Vermeiden hoher Anregungsfrequenzen ist die Interaktion der Wellen mit der Mikrostruktur, also den Faserbündeln, sobald die Wellenlängen zu der Größenordnung dieser Inhomogenitäten passen [1, 22]. Aus den genannten Gründen wird bei Untersuchungen zur Anwendung von Lamb-Wellen für SHM in den meisten Fällen die Frequenz auf den Bereich begrenzt in dem keine höheren Moden auftreten. In Abb. 3.1 auf der vorherigen Seite liegt diese Grenze bei etwa $f \cdot d = 1,5 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$.

3.4 Anregung und Messung

Lamb-Wellen werden im Allgemeinen als Ultraschall, also ab etwa 20 kHz angeregt. Entsprechend eignen sich dafür klassische Ultraschallwandler aus der zerstörungsfreien Prüfung

zur Anregung, aber auch für die punktuelle oder flächige Messung [23, 24]. Piezoelektrische Keramiken aus Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) sind jedoch weiter verbreitet in der SHM-Forschung, da sie sich flexibel als Sensoren oder Aktoren verwenden lassen und gleichzeitig kostengünstig sind. Weiterhin lassen sich die mechanischen Eigenschaften der spröden Keramik für den anwendungsnahe Einsatz durch eine spezielle Ummantelung verbessern [25]. Ein Nachteil der Keramiken ist ihr nichtlineares Verhalten in weiten Bereichen des möglichen Anregungsspektrums infolge der Eigenfrequenzen, die zusätzlich mit ihren Eigenformen für eine ungleichmäßige Abstrahlung der Plattenwellen sorgen können [26]. Die selektive Anregung einzelner Moden kann durch eine geeignete Aktorkonfiguration erreicht werden [17]. Eine Möglichkeit hierzu ist die kollokale Anordnung der Wandler, dass heißt eine symmetrische Anordnung auf den gegenüberliegenden Plattenflächen. Eine Alternative, die nur eine Anregung auf einer Plattenseite benötigt, sind auf die Wellenlänge der Moden angepasste Aktoren. Ein verbreitetes kontaktloses Messverfahren ist die Laservibrometrie, welche häufig in Form scannender Systeme umgesetzt wird, um eine Visualisierung der flächigen Wellenausbreitung zu ermöglichen [19, 27, 28]. Mit Lasern ist prinzipiell auch eine kontaktlose Anregung geführter Wellen möglich, wobei hierbei mit einer Schädigung der bestrahlten Oberfläche zu rechnen ist [16]. Eine weitere etablierte Methode zur flächigen Messung ist die luftgekoppelte Ultraschalltechnik [24]. Beide Verfahren haben spezifische Vor- und Nachteile. Luft-Ultraschall ermöglicht prinzipiell eine rauschärmere und schnellere Messung. Allerdings kann die Messung, infolge des Luftspalts zwischen Ultraschallsensor und Platte, durch Signalanteile aus der Umgebung des eigentlichen Messpunktes beeinflusst werden [18]. Laservibrometrie erfordert dagegen eine Behandlung der untersuchten Oberfläche mit reflektierendem Material, erlaubt aber gleichzeitig einen größeren Abstand zur analysierten Struktur und ist sensitiver für die Schwingungsrichtung des Messpunktes.

Als Anregungssignale werden für die Strukturüberwachung häufig Burst-Signale verwendet, da die entstehenden kurzen Wellenpakete eine bessere Ortung von Schäden ermöglichen. Dies ist vergleichbar mit der Wahl einer kurzen Pulslänge in der Ultraschallprüfung, um das räumliche Auflösungsvermögen zu verbessern [29]. Für eine Analyse der Wellenausbreitung über einen großen Frequenzbereich eignet sich dagegen eine breitbandige harmonische Anregung, beispielsweise mit einem *periodic chirp*, in Kombination mit einer Fourier-Transformation der Ergebnisse [26]. Eine solche Analyse ist für Fragestellungen zum Systemverhalten im Frequenzbereich ein geeigneter Ansatz. Da SHM-Systeme auf der Auswertung von Laufzeiten zur Schadensdetektion basieren, liegen die Herausforderungen allerdings mehrheitlich im Verständnis des Systemverhaltens im Zeitbereich. Aus diesem Grund konzentriert sich diese Arbeit auf transiente Prozesse und es wird auf Burst-Signale zur Anregung zurückgegriffen. Beim verwendeten Anregungssignal a handelt es sich um ein sinusförmiges Signal, das mit einem Sinusfenster überlagert ist.

$$a(t) = \begin{cases} \sin\left(\pi \frac{f_0}{n_p} t\right) \cdot \cos\left(2\pi \left(f_0 t - \frac{n_p}{2}\right)\right) & \text{wenn } t \leq \frac{n_p}{f_0} \\ 0 & \text{wenn } t > \frac{n_p}{f_0} \end{cases} \quad (3.2)$$

Das Signal a ist eine Funktion der Zeit t , der Mittenfrequenz f_0 und der Pulsanzahl n_p . Durch eine Verschiebung um $n_p/2$ ist das Signal auf der Zeitachse symmetrisch bezüglich seines Zentrums mit der maximalen Amplitude bei $t = n_p/2f_0$. Entscheidend für die Wahl eines geeigneten Signals im Rahmen des SHM ist neben der Mittenfrequenz die Pulsanzahl. Mit der Pulsanzahl erhöht sich die Signalstärke und ermöglicht damit eine großflächigere Ausbreitung der Wellen. Eine kürzeres Signal vereinfacht jedoch die Laufzeitbestimmung im Rahmen der Schadensdetektion, führt allerdings auch zu einem breiteren Frequenzspektrum und damit zu einer größeren Anfälligkeit des Signals für Dispersion [19]. In Abb. 3.2a ist ein Anregungssignal bei einer Mittenfrequenz von 100 kHz und einer Länge von drei Pulsen

dargestellt. Diese Pulsanzahl hat sich für SHM als guter Kompromiss zwischen Signallänge, Dispersionsverhalten und Amplitudenhöhe herausgestellt.

Im Minimalmodell, das in Kapitel 5 vorgestellt wird, erfolgt die Berechnung der Zeitsignale durch Überlagerung einzelner Frequenzschritte. Indem das Frequenzband auf $0,5 \cdot f_0 \leq f \leq 2 \cdot f_0$ begrenzt wird, wie in Abb. 3.2b dargestellt, reduziert sich die Anzahl der Berechnungsschritte deutlich. In Abb. 3.2a ist zu erkennen, dass diese Begrenzung nur geringe Auswirkungen auf den Zeitbereich hat. Die gewählten Bandgrenzen stellen also einen geeigneten Kompromiss zwischen Signaltreue und einer Begrenzung des Frequenzbereichs dar.

Für den Abgleich des Minimalmodells in Kapitel 6 werden numerische Simulationen und experimentelle Messungen herangezogen. Dabei wird für die experimentelle Validierung auf die Kombination von PZT-Aktoren zur Anregung und einem Laservibrometer zur Messung der Lamb-Wellen zurückgegriffen. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, sind die Anregungssignale im entwickelten Minimalmodell, den Simulationen und den Versuchen identisch. Weiterhin werden die Mess- und Simulationsergebnisse mit einem Bandpass gefiltert, der die oben genannten Bandgrenzen als Grenzfrequenzen verwendet (siehe auch Abschnitt 6.1).

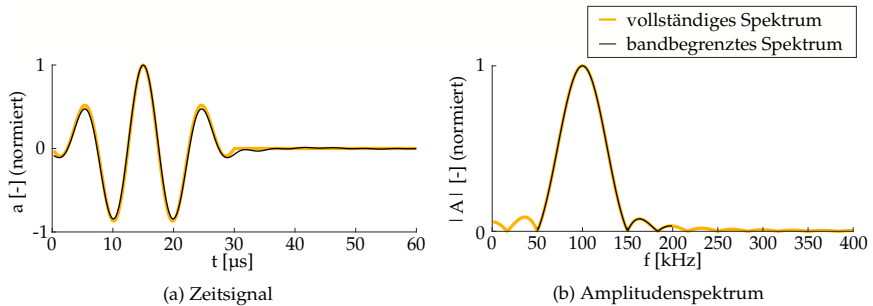


Abbildung 3.2: Anregungssignal für $f_0=100$ kHz und $n_p=3$

3.5 Darstellung im B-Bild

Als Wellenpaket oder Wellengruppe werden die aus der Überlagerung mehrerer harmonischer Schwingungen entstehenden transienten, also zeitlich begrenzten, Wellenzüge bezeichnet. Bei den betrachteten geführten Wellen kommt neben der zeitlichen Änderung auch immer eine räumliche Ausbreitung dazu. Für die Visualisierung der Abhängigkeit von beiden Dimensionen eignet sich das aus der Ultraschallprüfung bekannte B-Bild bei dem Zeitsignale entlang einer Linie aufgezeichnet und Amplituden farblich kodiert werden [30]. Mit dem in Abschnitt 5.4 beschriebenen Verfahren lassen sich solche B-Bilder analytisch bestimmen. Abb. 3.3 zeigt exemplarisch ein solches B-Bild der Wellenausbreitung in einer Aluminiumplatte mit Dickenänderung auf halber Strecke. Am linken Rand erfolgt eine monomodale Anregung des S_0 -Modes wodurch der langsamere A_0 -Mode erst nach der Interaktion mit der Dickenänderung erscheint. Die Geschwindigkeit der Moden lässt sich anhand der Steigung der Wellenzüge abschätzen.

In Abb. 3.3 sind zusätzlich zum B-Bild die Signale für ein festen Ort bzw. einen Zeitpunkt dargestellt. Die Signale sind mit einer Einhüllenden überlagert, da sich damit Wellenpakete

besser abzeichnen. Bei der Annahme eines linearen Systems bleiben die bei der Anregung in die Platte eingebrachten Frequenzen erhalten, auch beim Übergang in Plattenbereichen mit anderen Dicken oder Materialien. Die Wellenlängen ändern sich hingegen entsprechend der Dispersionseigenschaften des Plattenbereichs. Dies ist gut zu erkennen beim Vergleich des räumlichen mit dem zeitlichen Signal. Im Zeitsignal sind die Moden anhand ihrer Schwingungscharakteristik nicht zu unterscheiden. Im räumlichen Signal zeichnet sich der Unterschied in den Wellenlängen insbesondere für die unterschiedlichen Moden ab. Beim dispersiven A_0 -Mode ist zusätzlich die kürzere Wellenlänge im rechten Plattenbereich sichtbar.

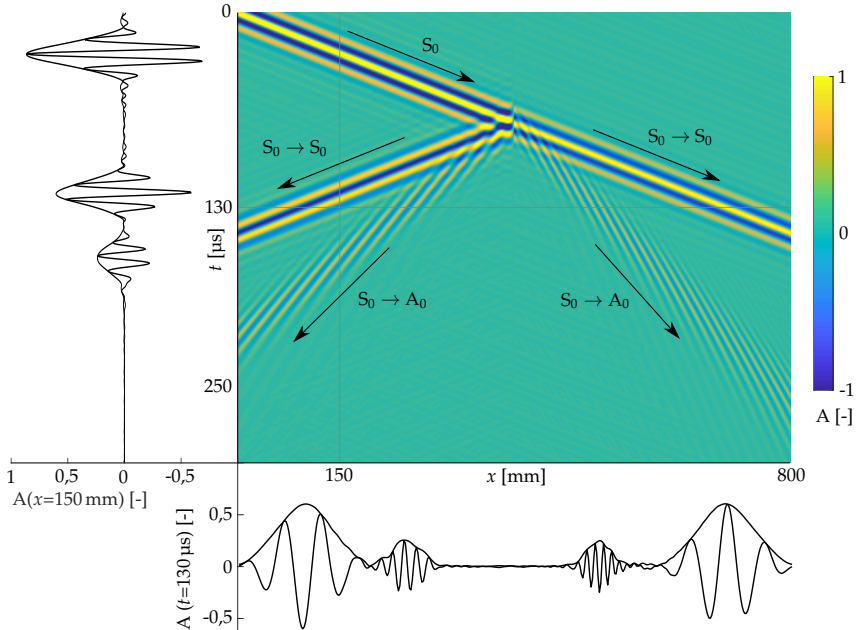


Abbildung 3.3: B-Bild der Wellenausbreitung bei monomodaler Anregung des S_0 -Modus sowie Signale mit Einhüllender in zeitlicher und räumlicher Dimension; Linien im B-Bild markieren die Position des Signale

Die von einer Quelle, wie etwa einem Akteur, erzeugten Wellenpakete werden in der Literatur als *primär* bezeichnet, um sie von Wellenpaketen zu unterscheiden, die zu einem späteren Zeitpunkt durch die Interaktion der Wellen mit der Struktur entstehen. Häufig wird der transmittierte Anteil der Welle weiterhin zur primären Welle gezählt. In dieser Arbeit findet diese Unterscheidung hingegen relativ zur aktuell betrachteten Unstetigkeit statt. Alle einfallenden Wellen, auch wenn diese bereits die Folge einer vorhergehenden Interaktion sind, zählen als primäre Wellen. Analog können alle aus der Interaktion entstehenden Wellen als sekundär bezeichnet werden. Dies gilt nicht nur für Reflexion und Modenkonversion, sondern auch für die Transmission der primären Welle. In Abb. 3.3 ist der S_0 -Mode zwischen Akteur und Unstetigkeit das primäre Wellenpaket während die restlichen vier zu den sekundären Wellen zählen.

3.6 Phasengeschwindigkeit

Die Phasengeschwindigkeit c_p beschreibt die Ausbreitung eines Punktes gleicher Phase einer harmonischen, also monofrequenten, Welle. Die zum SHM genutzten Wellenpakete sind hingegen transiente Schwingungsvorgänge mit einem begrenzten Frequenzspektrum. Im dispersiven Fall bestehen Wellenpakete folglich aus einer Überlagerung unterschiedlicher Wellenlängen λ . In dieser Arbeit wird vorwiegend mit der Frequenz f und Wellenzahl v gearbeitet, während viele Publikationen die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ und die Kreiswellenzahl $k = 2\pi v$ verwenden.

$$c_p = \lambda \cdot f \quad (3.3)$$

$$\lambda = \frac{1}{v} \quad (3.4)$$

Die frequenzabhängigen Phasengeschwindigkeiten eines Mediums können auf Basis der Dispersionsgleichungen nur numerisch bestimmt werden. Dies gelang, wie bereits erwähnt, als erstem Horace Lamb 1917 [9] in isotropem Material. Eine Erweiterung auf geschichtete Verbünde wurde erst mit der Transfermatrix-Methode möglich [31–33]. Dieser Ansatz ist jedoch unter bestimmten Umständen instabil, wodurch bei höheren Frequenzen keine oder falsche Geschwindigkeiten berechnet werden. Eine Weiterentwicklung ohne diesen Nachteil stellt die Steifigkeitsmatrix-Methode (SMM) dar [34, 35]. Ein Vergleich beider Ansätze findet sich in [18]. In dieser Arbeit werden die Dispersionskurven auf Basis der letztgenannten Methode berechnet [36]. Damit können die Phasengeschwindigkeit für nahezu beliebige Platten aus anisotropen Schichten berechnet werden. Infolge der Anisotropie ist bei solchen Platten die Phasengeschwindigkeit nicht nur von der Anregungsfrequenz, sondern auch von der Ausbreitungsrichtung abhängig. Als Ergebnis des numerischen Verfahrens ergibt sich eine Punkteschar für vorher definierte Winkel- und Frequenzschritte. Dispersionskurven müssen nachträglich innerhalb der Punkteschar identifiziert und den einzelnen Wellenmoden zugeordnet werden. Im betrachteten Frequenzbereich, in dem nur die drei fundamentalen Moden A_0 , S_0 und SH_0 auftreten, ist dies mit geringem Aufwand möglich, da sich die Kurven in diesem Bereich noch nicht schneiden.

Als Beispiel für Dispersionskurven sind in Abb. 3.4 die Phasengeschwindigkeiten einer Verbundplatte in Abhängigkeit von Frequenz und Richtung abgebildet, das heißt, einmal mit einem festen Winkel (links) und einmal mit einer festen Frequenz (rechts). Für dieses Darstellung wird die Platte mit der Bezeichnung CFK02 verwendet, da deren stark anisotropes Laminat zu einer ausgeprägten Richtcharakteristik führt. Der Laminataufbau der verwendeten Platten ist in Tabelle A.3 auf Seite 106 dokumentiert.

3.7 Gruppengeschwindigkeit

Die Gruppengeschwindigkeit beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Hüllkurve eines Wellenpaketes fortbewegt. Daher wird sie häufig mit dem Transport von Energie in Verbindung gebracht. Dies gilt allerdings nur im Idealfall einer Wellenausbreitung ohne Energieverlust [37]. Materialdämpfung und Energieabstrahlung in das Umgebungsmedium sind in realen Bauteilen jedoch immer vorhanden. Solche Einflüsse können für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren vernachlässigt werden, da die Gruppengeschwindigkeit dort allein einer ersten Approximation der Wellenlaufzeiten dient. Die entsprechenden Anwendungen der Gruppengeschwindigkeit finden sich in Abschnitt 4.3 und Abschnitt 5.4. Zusätzlich dient die Gruppengeschwindigkeit in dieser Arbeit als Indikator für den Einfluss von Anisotropie auf die Wellenausbreitung und der Beurteilung

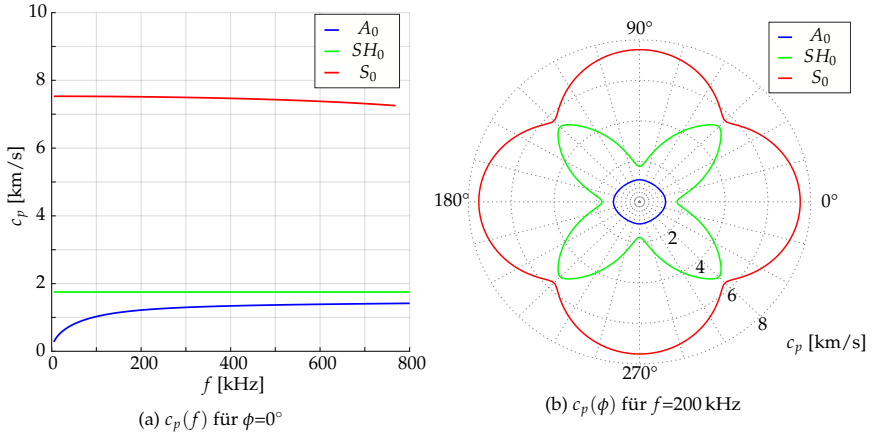


Abbildung 3.4: Dispersionskurven für die Platte CFK02 in Abhängigkeit von der Frequenz und der Ausbreitungsrichtung

der Anwendungsgrenzen des Minimalmodells (siehe Abschnitt 6.2). Während sich die Phasengeschwindigkeit mit den im vorherigen Abschnitt besprochenen Verfahren für nahezu beliebige Lamine bestimmen lässt, wird die Verteilung der Gruppengeschwindigkeit in anisotropen Laminaten nur in wenigen Literaturquellen behandelt. Aus diesem Grund soll im Folgenden näher auf deren Berechnung eingegangen werden.

Im Allgemeinen fallen die Richtung von Gruppen- und Phasengeschwindigkeit nicht zusammen. Stattdessen steht der Vektor der Gruppengeschwindigkeit orthogonal auf der richtungsabhängigen Kurve der Langsamkeit [38, 39]. Die Langsamkeit s ist ein Begriff aus der Seismologie und entspricht dem Kehrwert der Phasengeschwindigkeit c_p .

$$s = \frac{1}{c_p} \quad (3.5)$$

Gebräuchlicher ist dieser Begriff unter seinem englischsprachigen Äquivalent *slowness*. Beispiele für richtungsabhängige Langsamkeitskurven einer anisotropen Platte finden sich in Abb. 3.6a auf Seite 18. Während sich Phasengeschwindigkeit und Langsamkeit betragsmäßig unterscheiden, sind sie bezüglich ihrer Ausbreitungsrichtung identisch. Die Richtung von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit ϕ und ϕ_g eines materiellen Punktes fallen jedoch nur für den Spezialfall eines isotropen Materials zusammen, da hier die Geschwindigkeitskurven kreisförmig sind. Dies ist in Abb. 3.5a anhand der Langsamkeit bei einem Frequenzschritt dargestellt. Ein Punkt auf der Langsamkeitskurve lässt sich entweder in kartesischen Koordinaten mit s_x und s_y oder in Polarkoordinaten mit dem Betrag s und dem Winkel ϕ beschreiben. Im anisotropen Fall sind ϕ und ϕ_g nur in Ausnahmefällen identisch, da sich die Langsamkeit über den Winkel ändert. Der Vektor der Gruppengeschwindigkeit steht orthogonal auf der Langsamkeitskurve und fällt im Allgemeinen nicht mit der Richtung der Phasengeschwindigkeit zusammen (Abb. 3.5b).

Die Gruppengeschwindigkeit c_g lässt sich in zwei Komponenten, eine parallel die andere orthogonal zum winkelabhängigen Vektor der Langsamkeit unterteilen. Im Folgenden werden diese als $c_{g\parallel}$ bzw. $c_{g\perp}$ bezeichnet. Äquivalent ist die Darstellung der Gruppengeschwindigkeit als c_{gx} und c_{gy} im kartesischen Koordinatensystem der Platte möglich. Der

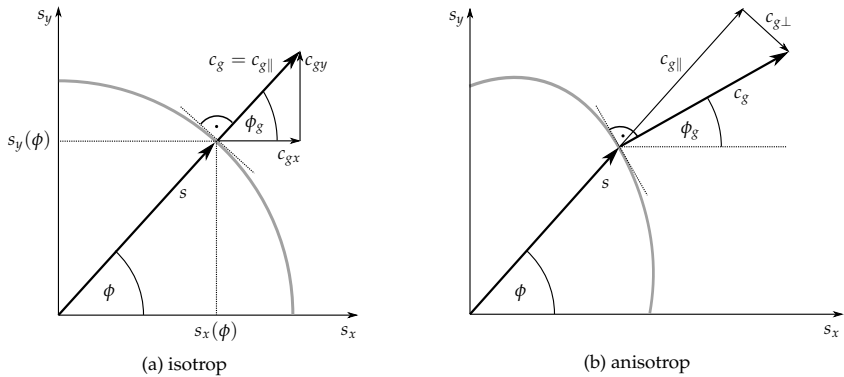


Abbildung 3.5: Vektor der Gruppengeschwindigkeit orthogonal auf Langsamkeitskurven

gesuchte Wert für die Geschwindigkeit, mit der sich eine Wellengruppe ausbreitet, entspricht dem Betrag des Vektors und ergibt sich genau wie dessen Richtung ϕ_g aus den einzelnen Komponenten.

$$c_g = \sqrt{c_{g\parallel}^2 + c_{g\perp}^2} = \sqrt{c_{gx}^2 + c_{gy}^2} \quad (3.6)$$

$$\phi_g = \arctan\left(\frac{c_{gy}}{c_{gx}}\right) \quad (3.7)$$

In isotropen Materialien ist die Phasengeschwindigkeit nicht richtungsabhängig und der orthogonale Anteil entfällt. In diesem Fall ist $c_g = c_{g\parallel}$. Die (parallele) Gruppengeschwindigkeit ist definiert als die partielle Ableitung der Frequenz f nach der Wellenzahl v [40].

$$c_{g\parallel} = \frac{\partial f}{\partial v} \quad (3.8)$$

Ohne Dispersion, wenn also die Kurve der Phasengeschwindigkeit über der Frequenz keine Steigung aufweist, fallen Phasen- und Gruppengeschwindigkeit zusammen. Dies trifft beispielsweise näherungsweise für den S_0 -Mode im unteren Frequenzbereich zu. Mithilfe der Gleichungen (3.3) bis (3.5) lässt sich die Wellenzahl v in Abhängigkeit der bekannten Phasengeschwindigkeit bzw. Langsamkeit ausdrücken.

$$v = \frac{f}{c_p} = f \cdot s \quad (3.9)$$

Die parallele Komponente von c_g beim Frequenzschritt n kann jetzt auf Basis der numerischen Ausgangsdaten für c_p und f näherungsweise mit der Finite-Differenzen-Methode berechnet werden [41]. Hierbei bezeichnen f^+ und f^- die angrenzenden Schritte ober- bzw. unterhalb der betrachteten Frequenz f^n .

$$c_{g\parallel}(f^n) = \frac{f^+ - f^-}{f^+ \cdot s(f^+) - f^- \cdot s(f^-)} \quad (3.10)$$

Die Gruppengeschwindigkeit eines Modes besitzt, genau wie die Phasengeschwindigkeit, einen stetigen Verlauf über der Frequenz. Obwohl Wellenpakete durch ein Frequenzspektrum beschrieben werden (Abb. 3.2b), genügt in den meisten Fällen ein einzelner Wert, um die Geschwindigkeit der Gruppe zu beschreiben. Hierbei handelt es sich um die Gruppengeschwindigkeit der Mittenfrequenz f_0 . In [19] findet sich ein Vergleich zwischen theoretischer Gruppengeschwindigkeit und der experimentell bestimmten Geschwindigkeit des Amplitudenmaximums. Eine minimale Abweichung zwischen beiden Werten ist sichtbar, aber die Ursachen hierfür werden nicht geklärt. Auch für den Fall, dass eine solche geringe Abweichung existiert, ist sie für die oben erwähnten Anwendungsfälle der Gruppengeschwindigkeiten in dieser Arbeit vernachlässigbar.

In anisotropen Materialien verläuft die Kurve der Langsamkeit im Allgemeinen nicht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Phasengeschwindigkeit. Damit ist zusätzlich die orthogonale Komponente der Gruppengeschwindigkeit erforderlich, um den Geschwindigkeitsvektor komplett zu bestimmen. Dieser Anteil lässt sich bei einer festen Frequenz aus den in Abb. 3.5b dargestellten geometrischen Zusammenhängen berechnen.

$$\tan(\phi - \phi_g) = \frac{c_{g\perp}}{c_{g\parallel}} \quad (3.11)$$

$$\tan(\phi) = \frac{s_y}{s_x} \quad (3.12)$$

Der Winkel ϕ_g kann anhand der Steigung der Langsamkeit bei einem Winkel ϕ bestimmt werden. Diese ergibt sich aus dem Differentialquotient $ds_y(\phi)/ds_x(\phi)$ und entspricht dem negativen Kehrwert der Steigung der Gruppengeschwindigkeit m_g .

$$\tan(\phi_g) = \frac{c_{gy}}{c_{gx}} = -\frac{ds_x(\phi)}{ds_y(\phi)} = m_g \quad (3.13)$$

Mithilfe des Additionstheorems für trigonometrische Funktionen sowie den Gleichungen (3.7) und (3.13) ergibt sich der orthogonale Anteil der Gruppengeschwindigkeit allein aus der Langsamkeit bei einem Winkel ϕ und der Steigung an dieser Stelle der Kurve.

$$c_{g\perp} = c_{g\parallel} \cdot \frac{s_y/s_x - m_g}{1 + s_y/s_x \cdot m_g} \quad (3.14)$$

Alternativ kann $c_{g\perp}$ auch über die Wellenzahl berechnet werden, was letztlich zu identischen Ergebnissen führt [38].

$$c_{g\perp} = c_{g\parallel} \cdot \left(-\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) \quad (3.15)$$

Als numerische Näherungslösung bietet sich hier wie bereits bei Gleichung 3.10 die Finite-Differenzen-Methode an. Der orthogonale Anteil der Gruppengeschwindigkeit beim Winkelschritt ϕ^n ergibt sich aus dem parallelen Anteil und den Wellenzahlen der angrenzenden Winkelschritte.

$$c_{g\perp}(\phi^n) = c_{g\parallel}(\phi^n) \cdot \left(-\frac{1}{v(\phi^n)} \frac{v(\phi^+) - v(\phi^-)}{\phi^+ - \phi^-} \right) \quad (3.16)$$

In Abb. 3.6a sind die auf diese Weise berechneten Vektoren der Gruppengeschwindigkeit exemplarisch auf der Langsamkeitskurve des SH_0 -Modes abgebildet. Deren Länge ist um den Faktor 0,04 skaliert, um eine der Langsamkeit ähnliche Größenordnung zu erreichen. Wird c_g stattdessen vom Koordinatenursprung aus aufgetragen, entstehen die Verläufe in Abb. 3.6b.

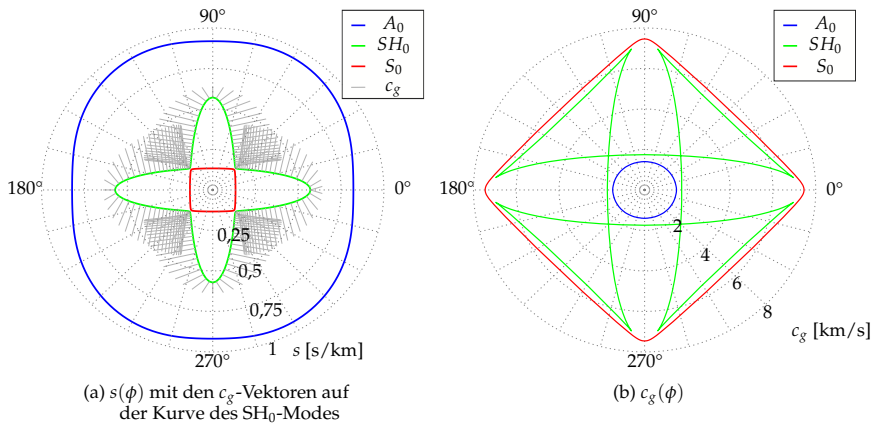


Abbildung 3.6: Langsamkeit s und Gruppengeschwindigkeit c_g in Abhängigkeit der Ausbreitungsrichtung für die Platte CFK02 bei $f=200$ kHz

Die Gruppengeschwindigkeit kann genutzt werden, um die Wellenfront einer Welle zu beschreiben. Die Wellenfront ergibt sich aus allen Punkten mit gleicher Laufzeit vom Ursprungsort der Welle und eignet sich zur einfachen Visualisierung von Wellenfeldern. Für den Fall eines Modes mit geringer Dispersion entspricht die berechnete Wellenfront ansatzweise der vorderen Front der Welle. Diese ist hauptsächlich in experimentellen Analysen der Wellenlaufzeit von Relevanz und in Ausbreitungsrichtung durch den vordersten Punkt der Welle mit einer messbaren Auslenkung definiert. Die Front der Welle besitzt eine Ausbreitungsgeschwindigkeit, die sich stärker von der Gruppengeschwindigkeit unterscheidet, je stärker die Dispersion eines Modes ist. Ist das Anregungssignal zeitlich symmetrisch, wie in Abb. 3.2a auf Seite 12, entspricht die Wellenfront näherungsweise dem Maximum des Wellenpakets, wenn die halbe Signallänge von der Laufzeit abgezogen wird.

In Abschnitt 6.2 werden auf diese Weise berechnete Wellenfronten für quasi-isotrope und stark anisotrope CFK-Lamine diskutiert. Weiterhin erfolgt dort ein Vergleich der berechneten Wellenfronten mit flächigen Messungen der Wellenausbreitung. Im Zuge dessen wird auch geklärt, inwiefern das in dieser Arbeit vorgestellte Minimalmodell für Lamine mit unterschiedlich stark gerichteten Materialeigenschaften geeignet ist.

3.8 Berechnungsverfahren für geführte Wellen

Wellenausbreitungsvorgänge sind in vielen wissenschaftlichen Gebieten von Bedeutung. Durch sehr unterschiedliche Anforderungen in den einzelnen Disziplinen existieren eine Vielzahl von analytischen und numerischen Berechnungsansätzen. Zu den am weitesten verbreiteten numerischen Verfahren, die auch für transiente dynamische Prozesse geeignet sind, gehört die Finite-Elemente-Methode (FEM) [42–44]. Ein Überblick der verschiedenen Simulationsmöglichkeiten in kommerziellen FEM-Programmen zur Abbildung geführter Wellen findet sich im folgenden Abschnitt. Allerdings stoßen diese klassischen Ansätze bei großen Luftfahrtstrukturen schnell an ihre Grenzen. Eine Zusammenfassung aktueller Alternativen zur FEM schließt sich daher in Abschnitt 3.8.2 an.

3.8.1 Transiente Verfahren in kommerzieller FE-Software

In diesem Abschnitt werden Berechnungsmethoden vorgestellt, die in kommerzieller FE-Software verfügbar sind und sich prinzipiell für die transiente Abbildung von Lamb-Wellen eignen. Die diskutierten Vor- und Nachteile beziehen sich auf einige gängige Softwarepakete (Abaqus, ANSYS, LS-DYNA). Für FEM-Berechnungen wird im Rahmen dieser Arbeit ANSYS verwendet [45]. Auf dem Markt existiert allerdings eine Vielzahl kommerzieller und freier Alternativen, so dass der Überblick an dieser Stelle nicht vollständig sein kann. Erläuterungen zu den Grundlagen der Finite-Elemente-Methode und speziell den einzelnen Lösungsansätzen finden sich in [42–44]. Für einen ersten Vergleich der Leistungsfähigkeit dieser Ansätze wird ein zweidimensionales Querschnittsmodell einer CFK-Platte mit Omega-Stringer in ANSYS simuliert. Die untersuchte Geometrie ist in Abb. 4.1 dargestellt und die Simulationsparameter folgen, soweit zutreffend, Abschnitt 4.2.1. Auf detaillierte Ausführungen zu Aufbau und Konfiguration der Modelle soll an dieser Stelle jedoch verzichtet werden, da die ausgeführten Simulationen nur dem prinzipiellen Methodenvergleich dienen.

Explizite und implizite transiente Verfahren Herkömmliche transiente Verfahren lösen die Bewegungsgleichungen nacheinander für alle relevanten Zeitschritte. Die gängigste Methode verwendet dazu die implizite Zeitintegration nach Newmark. Hierbei muss das zugrunde liegende Gleichungssystem zu jedem Zeitschritt erneut komplett gelöst werden. Dabei wird die Steifigkeitsmatrix invertiert, um einen neuen Gleichgewichtszustand zu berechnen. In Folge ist das implizite Verfahren zwar unbedingt stabil, aber zeitaufwändig. Dies bedeutet, dass die Wahl der Zeitschrittweite prinzipiell frei ist und allein Einfluss auf die Genauigkeit hat. Für verwertbare Signale muss allerdings zusätzlich das Abtasttheorem erfüllt werden.

Im Gegensatz dazu muss bei expliziten Verfahren nur die Massenmatrix invertiert werden. Da bei diesen Verfahren eine diagonale Massenmatrix verwendet wird, ist diese Operation trivial. Für eine stabile Rechnung müssen die verwendeten Zeitschritte jedoch unter einem kritischen Wert liegen und sind häufig sehr klein. Gerade für nicht-lineare Probleme eignen sich explizite Verfahren, da bei impliziten Lösungsverfahren jeder Zeitschritt mehrere aufwändige Iterationen erfordert bis das Gleichgewicht gefunden ist.

Ein Vorteil der impliziten transienten Analyse ist, dass dabei im Vergleich zur expliziten Variante mehr Möglichkeiten der Modellierung zur Verfügung stehen. Dazu gehört unter anderem der Einsatz von *coupled field* Elementen, also Elementen in denen mehrere physikalische Felder gekoppelt werden. Den gängigen FE-Programmen fehlt diese Option bei expliziten Simulationen. Dies ist bei geführten Wellen für die Abbildung piezoelektrischer Materialien relevant, die als Aktoren und Sensoren dienen und elektrische und mechanische Freiheitsgrade verknüpfen. Die etablierten FE-Programme erlauben die Implementierung eigener finiter Elemente, wodurch sich dieser Nachteil prinzipiell umgehen lässt [46]. Alternativ ist es möglich piezoelektrische Aktoren durch Kräfte oder auch mithilfe einer analogen thermischen Dehnung zu approximieren.

Methode der reduzierten Systemmatrizen Reduzierte Systemmatrizen (Masse, Steifigkeit und falls vorhanden Dämpfung) verringern den Rechenaufwand erheblich, da zunächst die Berechnung der Ergebnisse nur an ausgewählten Knoten, den *Master Degree of Freedom* (MDoF), erfolgt. Werden allerdings Ergebnisse an anderen Knoten benötigt ist ein *expansion pass* nötig, der wiederum recht rechenintensiv ist. Die Aufteilung der Knoten erfolgt mit der statischen Kondensation (Guyan-Reduktion), die nur im statischen Fall exakt ist. Bei dynamischen Rechnungen ist die Genauigkeit von Anzahl und Position der MDoF abhängig. Allerdings können innerhalb eines Modells nicht gleichzeitig elektrische Freiheitsgrade

und Verschiebungsfreiheitsgrade als MDoF gewählt werden. Verschiebungs-MDoF sind zwangsweise nötig, um die Wellenausbreitung abbilden zu können. Durch die fehlenden elektrischen MDoF ist keine Anregung piezoelektrischer Wandler möglich und alternativ bleibt nur eine Anregung mit Kräften. Da MDoF so gewählt werden müssen, dass alle interessierenden Verformungen dargestellt werden können, sind bei Wellenausbreitungsvorgängen entsprechend viele MDoF nötig [44]. Es müssen MDoF über die gesamte Platte verteilt sein, um die Wellenausbreitung bei Verwendung der reduzierten Systemmatrizen abbilden zu können. Eine zu geringe Anzahl führt zu falschen Ausbreitungsgeschwindigkeiten und zu Reflexionen in Bereichen, die frei von Unstetigkeiten sind. In den Vergleichsrechnungen hat sich gezeigt, dass mindestens 10% der Knoten als MDoF definiert sein müssen, um korrekte Ergebnisse zu erhalten. In dieser Konfiguration liegen die Rechenzeiten inklusive des *expansion pass* im Bereich der impliziten Analyse. Damit besitzt die Methode der reduzierten Systemmatrizen keinen Vorteil bei der Berechnung der transienten Wellenausbreitung. Zusätzlich ist die direkte Verwendung von Piezoelementen zur Wellenanregung nicht möglich.

Modensuperposition Mit einer Superposition der Eigenmoden der Struktur kann deren dynamisches Verhalten auch im transienten Fall beschrieben werden und stellt die bessere Alternative zur veralteten Methode der reduzierten Systemmatrizen dar [44]. Die Modensuperposition ist wesentlich effizienter als die vorgenannten Verfahren. Allerdings müssen vor der eigentlichen transienten Analyse die Eigenformen der Struktur im relevanten Frequenzbereich ermittelt werden. Um die Zeitsignale an den Knoten zu erhalten, ist zusätzlich nach der transienten Rechnung ein *expansion pass* nötig. In den Vergleichsrechnungen hat sich ergeben, dass die Modensuperposition trotz dieser zwei zusätzlichen Schritte um den Faktor fünf schneller sein kann als eine implizite Rechnung. Allerdings treten im gesamten Zeitbereich Vibrationen mit geringer Amplitude auf. Dieses Rauschen kann Moden mit geringer Amplitude leicht überlagern, so dass sich diese nicht mehr auswerten lassen. Die Modensuperposition ist eine interessante Alternative zur Abbildung von transienten Vorgängen. Allerdings besitzt sie einige Einschränkungen bei der Modellierung, wie etwa der Abbildung von Dämpfung. Außerdem ist auch bei dieser Methode keine Anregung der Lamb-Wellen mit piezoelektrischen Elementen möglich.

Diskussion Etablierte FE-Softwarepakete bieten viele Vorteile, insbesondere bei der Modellierung und Vernetzung komplexer Geometrien, der Abbildung unterschiedlicher Materialklassen und Nichtlinearitäten oder der kombinierten Simulation verschiedener physikalischer Effekte, wie Temperatureinflüssen oder Piezoelektrizität. Zusätzlich sind sie durch jahrelange iterative Verbesserungen zuverlässig und gut dokumentiert. Allerdings stoßen die verwendeten Methoden bei der Simulation von geführten Wellen schnell an ihre Grenzen. Die Ursachen liegen in der Komplexität der Aufgabe und lassen sich in vier Kategorien einteilen.

1. Lamb-Wellen legen große Strecken infolge geringer Dämpfung zurück, wodurch große Modelle erforderlich sind.
2. Um die kleinste auftretende Wellenlänge abzubilden, ist eine entsprechend feine räumliche Diskretisierung nötig.
3. Infolge der hohen Anregungsfrequenzen ist eine gleichermaßen feine Diskretisierung im Zeitbereich erforderlich.
4. Anisotropie und eine große Zahl an Unstetigkeiten, d. h. Konstruktionselementen wie etwa Stringern, erhöhen die Modellkomplexität weiter.

Dennoch hat die FEM auch bei der Simulation geführten Wellen ihre Berechtigung. Durch ihre Flexibilität eignet sie sich für detaillierte Betrachtungen einzelner räumlich und zeitlich begrenzter Effekte. Aus diesem Grund wird in Kapitel 4 für die Untersuchungen zur Interaktion von Lamb-Wellen mit Unstetigkeiten ein FEM-Verfahren eingesetzt.

Die FEM ist nur einer, wenn auch wahrscheinlich der meistgenutzte, von vielen Ansätzen zur numerischen Simulation physikalischer Phänomene. Genauso wie die FEM ihren Ursprung in der Strukturmechanik hat, lassen sich häufig auch andere Verfahren auf spezifische natur- und ingenieurwissenschaftliche Disziplinen zurückführen. Mittlerweile ist eine solche Einordnung nur noch schwer möglich, da eine Vielzahl von Verfahren existiert und diese in unterschiedlichen Fachrichtungen verwendet werden. Neben der Anpassung und Weiterentwicklung existierender Verfahren werden auch regelmäßig neue Ansätze zur numerischen Simulation vorgeschlagen. Einen Überblick zu Berechnungsansätzen, die sich neben der FEM zur Abbildung von Wellenausbreitungsvorgängen eignen, soll der nächste Abschnitt geben.

3.8.2 Alternative Berechnungsverfahren

In diesem Abschnitt werden Alternativen zur etablierten und in Form vieler Softwarelösungen verfügbaren FEM vorgestellt, die für die Berechnung der Wellenausbreitung geeignet sind. Hierzu zählen sowohl Weiterentwicklungen der klassischen FE-Algorithmen als auch eigenständige Methoden. Die folgenden Ansätze sind größtenteils aus anderen Anwendungsfeldern bekannt und für die Berechnung von Lamb-Wellen adaptiert. Entsprechende Verfahren stammen aus aktuellen Forschungsvorhaben und Algorithmen sind selten frei oder kommerziell als Software verfügbar. Als spezialisierte Verfahren bieten sie gegenüber etablierten Produktlösungen höhere Lösungsgeschwindigkeiten oder gesteigerte Genauigkeit bei meistens geringerer Flexibilität bezüglich der modellierbaren Geometrien oder Effekte.

In den letzten Jahrzehnten wurde eine große Zahl spezialisierter Verfahren vorgeschlagen, die eine effizientere Simulation der Wellenausbreitung insbesondere in Luftfahrtstrukturen ermöglichen. An dieser Stelle soll nur ein Überblick zum weiten Feld der Simulationsansätze für die Wellenausbreitung gegeben werden. Eine detaillierte Auseinandersetzung mit diesem Thema findet sich in [47]. Für einen Großteil der hier vorgestellten Methoden existieren aktuell keine etablierten deutschen Bezeichnungen, weswegen auf die englischen Begriffe zurückgegriffen wird.

FEM-basierte Verfahren Die Mehrheit der für spezielle Anwendungen entwickelten numerischen Verfahren basiert auf der FEM unter Verwendung angepasster Ansatzfunktionen. FE-Verfahren sind im Vergleich zu anderen Methoden sehr flexibel bei der Abbildung beliebiger Geometrien, inklusive unterschiedlichster Defekte, Sensoren und Aktoren.

Kommerzielle FEM-Software verwendet hauptsächlich Elemente mit linearen oder quadratischen Ansatzfunktionen, wobei die Genauigkeit der Lösung durch die Anzahl der finiten Elemente gesteuert wird. Alternativ dazu können auch Ansatzfunktionen höherer Ordnung verwendet werden, was in einer schnelleren Konvergenz der Lösung bei weniger Freiheitsgraden resultiert. Die Auswahl der Ansatzfunktionen hängt von der zu analysierenden Aufgabe ab. Für die Wellenausbreitung wird hauptsächlich die Spektrale-Elemente-Methode (SEM) verwendet [48–50]. Ein Vergleich verschiedener FEM-Verfahren höherer Ordnung findet sich in [51]. Die FEM ist prinzipiell dazu geeignet nahezu beliebig komplexe Strukturen abzubilden. Dennoch können die erforderlichen Netze bei einer komplexen heterogenen Mikrostruktur, wie etwa Strukturschäumen in Sandwich-Bauteilen, extrem aufwändig bei der Erstellung als auch der Berechnung sein. Dies gilt für die herkömmliche

FEM genauso wie auch für die Verfahren höherer Ordnung. Hier setzt die Spectral Cell Method (SCM) an, die die Finite Cell Method (FCM) mit den Ansätzen der spektralen Elemente verbindet [52, 53]. Der Vorteil hierbei ist, dass das Netz nicht mehr der Geometrie folgen muss, sondern darüber hinaus geht und damit aus regelmäßigen rechteckigen Zellen bestehen kann. Ein adaptives Integrationsverfahren unterteilt die Zellen automatisch, wodurch die Geometriegrenzen in den Zellen wiedergegeben werden. Die Bereiche der Zelle, die außerhalb des Bauteils liegen, werden numerisch wie ein extrem weiches Material behandelt.

Für die Analyse von Inhomogenitäten besonders geeignet ist das Verfahren Frequency-Domain Finite-Element (FDfE) [3, 54]. Die Möglichkeiten zur Modellierung sind vergleichbar mit herkömmlichen FEM-Ansätzen im Zeitbereich, wodurch die Abbildung unterschiedlichster Störungen möglich ist. Da ein Berechnungsvorgang nur für einen Frequenzschritt durchgeführt wird, ergibt sich ein Geschwindigkeitsvorteil gegenüber der FEM. Gleichzeitig bedeutet dies, dass die Ergebnisse jeweils einem eingeschwungenen Zustand der Struktur bei harmonischer Anregung entsprechen.

Analytische und semi-analytische Verfahren Trotz des Effizienzgewinns FEM-basierter Verfahren ist die Abbildung realistischer Luftfahrtstrukturen weiterhin mit extremem Rechenaufwand verbunden. Von den in der Diskussion von Abschnitt 3.8.1 aufgeführten vier Ursachen, führt bereits die Kombination der ersten beiden zu einer immensen Anzahl an Freiheitsgraden. Analytische und semi-analytische Verfahren umgehen dieses Problem, indem eine Diskretisierung komplett vermieden wird oder zumindest in deutlich geringerem Umfang erforderlich ist. Insbesondere für homogene Bereiche sind solche Berechnungsansätze geeignet. Sollen allerdings beliebige Inhomogenitäten Teil des Modells sein, ist eine Kombination mit rein numerischen Verfahren erforderlich. Der Geschwindigkeitsvorteil semi-analytischer Verfahren sinkt allerdings rapide mit steigender Anzahl der Inhomogenitäten, unter anderem weil die Kosten pro Freiheitsgrad größer sind als bei der FEM [55]. Die Semi-Analytical Finite Element Method (SAFE) nutzt eine FEM-Diskretisierung der Platte nur in Dickenrichtung während die Wellen in Ausbreitungsrichtung analytisch beschrieben werden [2, 56]. Die Scaled Boundary Finite Element Method (SBFEM) funktioniert in homogenen Plattenbereichen sehr ähnlich [57]. Inhomogenitäten lassen sich allerdings direkt und ohne die Kombination mit einer zweiten Methode abbilden, indem zusätzlich der Rand eines entsprechenden Bereichs diskretisiert wird. Eine rein analytische Beschreibung der Wellenausbreitung in ebenen homogenen isotropen Platten unter beliebigen Belastungen findet sich in [58, 59]. Zusätzlich wird dieser Ansatz mit spektralen Elementen kombiniert, um piezoelektrische Aktoren abzubilden. Eine Erweiterung dieser hybriden analytisch-spektralen Methode auf gekrümmte Platten inklusive beliebiger Inhomogenitäten, die mit spektralen Elementen nachgebildet werden, wird in den Veröffentlichungen in Aussicht gestellt.

Finite-Differenzen-Methode Eine weitere Klasse numerischer Verfahren stellt die Finite-Differenzen-Methode (FDM) dar. Ableitungen der das System beschreibenden Differentialgleichungen werden hierbei durch Differenzenquotienten benachbarter Punkte approximiert. Modelle müssen sich damit aus äquidistanten Gitterpunkten zusammensetzen. Für die Abbildung hochdynamischer Prozesse, wie der Wellenausbreitung, ist ein sehr dichtes Netz aus Punkten nötig. Zusätzlich erschweren die rechteckige Struktur der einzelnen Zellen eine Modellierung beliebiger Geometrien. Durch eine Kombination der FDM mit zellulären Automaten (CA, *engl.* Cellular Automata) ist eine deutlich flexiblere Geometriegestaltung möglich [60]. Ein weiterer Nachteil der FDM sind unter bestimmten Bedingungen auftretende Stabilitätsprobleme, etwa bei sprunghaften Materialänderungen oder dem Auftreten

unterschiedlicher Wellenarten mit stark unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Insbesondere der erste Punkt wird mit der Weiterentwicklung zum Local Interaction Simulation Approach (LISA) behoben [61–63]. Dieser Ansatz bietet zusätzlich den Vorteil gut parallelisierbar zu sein. Ist dies möglich, lässt sich ein deutlicher Geschwindigkeitsvorteil gegenüber FEM-basierten Verfahren beobachten [64]. LISA ist jedoch weiterhin instabil, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen und die Zellabmessungen nicht genau aufeinander abgestimmt sind. Dies ist insbesondere ein Problem bei geführten Wellen, da immer mehrere Wellentypen auftreten und die Zellen nur auf eine Geschwindigkeit angepasst sein können. Die Instabilität äußert sich in einer langsamen Degradation der Wellenform. Die Rate der Degradation hängt vom Verhältnis zwischen der höchsten Geschwindigkeit - auf die das Modell abgestimmt ist - und den übrigen auftretenden Geschwindigkeiten ab [61]. Ein Lösungsansatz ist die Abwandlung von LISA zum *Spring Model*, welches zusätzlich weitere Eigenschaften, wie Dämpfung abbilden kann [65]. Eine weitere Möglichkeit die Stabilität des Ansatzes zu erhöhen, sind angepasste Materialparameter, so dass sich die Geschwindigkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Wellentypen verringern [64]. Ein Nachteil im Vergleich zur FEM bleibt jedoch weiterhin, dass sich nicht beliebige Geometrien abbilden lassen. Eine Variante der FDM, die hauptsächlich bei elektromagnetischen Simulationen Verwendung findet, ist als Finite-Differences Time-Domain (FDTD) bekannt [66]. Alternative Bezeichnungen sind Staggered-Grid Finite-Difference und Velocity-Stress Finite-Difference. Bei dieser Methode sind, im Gegensatz zur FDM, die physikalischen Variablen nicht alle auf den Gitterpunkten konzentriert, sondern können je nach Anforderung in einer Zelle verteilt sein. Es existieren gewissermaßen zueinander versetzte Gitter für verschiedene Variablen. Bestimmte Differentialquotienten können damit über kürzere Gitterintervalle gebildet werden. Dies bewirkt praktisch eine Verdoppelung der räumlichen Auflösung, ohne die Punktedichte zu erhöhen. Gleichzeitig muss die zeitliche Auflösung verdoppelt werden, um die Stabilität der Berechnung beizubehalten. Allerdings überwiegt insbesondere in zwei- und dreidimensionalen Modellen der Vorteil der erhöhten räumlichen Auflösung den Zusatzaufwand der feineren zeitliche Diskretisierung. Nichtlineare Effekte lassen sich bei dieser Methode mit geringem Mehraufwand in das Modell implementieren, wodurch sie geeignet ist, um beispielsweise die Ausbreitung von Lamb-Wellen in nichtlinearen Materialien abzubilden [67]. Die Elastodynamic Finite Integration Technique (EFIT) ist der FDTD ähnlich, unter anderem im Modellaufbau und der Verwendung versetzter Gitter [68, 69]. EFIT ist vergleichsweise aufwändig in der Berechnung, bietet jedoch zusätzliche Möglichkeiten bei der Modellierung heterogener Materialien. In Kombination mit dem analytischen Verfahren der Punktquellensynthese (PSS, engl. Point Source Synthesis) für homogene Bereiche lässt sich die Effizienz des Verfahrens in speziellen Fällen signifikant erhöhen [70, 71].

Raytracing Raytracing ist ein Standardverfahren in der Optik zur Berechnung der Lichtausbreitung mithilfe von Strahlen. Auch in der Akustik und der Hochfrequenztechnik wird dieses Verfahren eingesetzt, häufig um die Verteilung von Wellen in großen Volumen und Flächen zu bestimmen. Die Ausbreitung von Wellen innerhalb der Erde, sei es zur Vermessung der Bodenbeschaffenheit in der Seismik oder zur Analyse von Erbebenwellen in der Seismologie, wird im Regelfall ebenfalls mit verschiedenen Raytracing-Varianten berechnet. Für die Abbildung von Plattenwellen mithilfe dieser Technik gibt es bisher jedoch nahezu keine Beispiele. Ausführungen zur Geschichte, Anwendungsfeldern und Raytracing-Ansätzen finden sich in Abschnitt 5.3 auf Seite 50.

Diskussion In Abb. 3.7 findet sich in der oberen Hälfte eine grobe Einordnung der diskutierten Berechnungsverfahren während in der unteren Hälfte Kriterien aufgeführt sind, die

bei der Auswahl einer Simulationsmethode, je nach Aufgabenstellung, relevant sein können. Die Effekte und Eigenschaften, die ein Verfahren abbilden kann, sind häufig gut in der Literatur dokumentiert. Betrachtungen zur Genauigkeit und Zuverlässigkeit erfolgen dagegen meist erst nachdem sich eine Methode etabliert hat und sich ihr weitere Forscher widmen. In den meisten Fällen sind die Arbeiten an diesen Verfahren noch als Grundlagenforschung einzuordnen und Programme oder Algorithmen für potentielle Anwender entsprechend nicht verfügbar. Einzig die zugrundeliegende Theorie ist in akademischen Veröffentlichungen gut dokumentiert. Ohne ein tiefgreifendes mathematisches und mechanisches Verständnis ist diese jedoch nur unter großem Zeitaufwand für konkrete Anwendungen umsetzbar. In der anwendungsbezogenen Forschung und Entwicklung wären dagegen Programmbibliotheken oder frei zugänglicher Quellcode zweckmäßig. Damit ist eine effiziente Implementierung neuer Verfahren in bestehende Systeme möglich bei gleichzeitig beibehaltener Flexibilität. Die benutzerfreundlichste Variante ein Verfahren verfügbar zu machen, ist ein direkt einsatzbereites Programm inklusive Benutzeroberfläche und Dokumentation. Diese Variante bietet im Vergleich die wenigsten Möglichkeiten zur individuellen Anpassung und eignet sich folglich nur für die im Programm vorgesehenen Anwendungsfälle.

Diese Übersicht soll keine vollständige Liste aller Simulationsmethode für geführte Wellen sein. Die hier vorgestellte Auswahl der verbreitetsten Ansätze genügt, um die Möglichkeiten aktueller Verfahren zu verdeutlichen und aufzuzeigen, wieso im Rahmen dieser Arbeit ein alternativer Ansatz vorgeschlagen wird. Dabei wird ersichtlich, dass es eine Vielzahl von geeigneten Berechnungsansätzen mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen gibt. Rein numerische Verfahren sind eher für die Analyse spezieller Effekte in begrenzten Bereichen geeignet, da sich komplexe heterogene Geometrien abbilden lassen. Ein Beispiel ist die sogenannte quasi-kontinuierliche Modenkonzersion, die durch die Interaktion von Wellen mit der Mikrostruktur von Verbundmaterialien, also Fasern und Matrixharz, verursacht wird [22]. Für die Simulation der Wellenausbreitung in großen Flächen mit wenigen bis keinen Hindernissen sind dagegen semi-analytische Verfahren vorzuziehen. Es existieren jedoch zurzeit keine Beispiele für Simulationen von Luftfahrtbauteilen, wie sie im Rahmen des SHM überwacht werden sollen. Bei der herkömmlichen FEM liegt die Ursache hierfür in der fehlenden Effizienz. Alternative Berechnungsverfahren könnten für einige Anwendungsfälle geeignet sein, sind allerdings aktuell noch zu unausgereift, um in Entwicklungsprozessen verwendet zu werden. Soll ein Verfahren für eine praktische Anwendung gewählt werden, ist eine Auswahl anhand der Literatur nicht ohne weiteres möglich. Eine erhöhte *Effizienz*, also eine Speichersparnis oder verringerte Berechnungsdauer, wird beispielsweise von jedem Verfahren beansprucht. Grenzen und Defizite eines Verfahrens werden hingegen in der Literatur selten thematisiert.

3.8.3 Einordnung des Minimalmodells

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Minimalmodell, welches in Kapitel 5 beschrieben wird, lässt sich nur schwer als analytisch oder numerisch kategorisieren. Auch die Bezeichnung *hybrid* ist nicht passend, da diese bei der Kombination von analytischen mit numerischen Methoden verwendet wird, wie beispielsweise in [59]. Die meisten der in Abschnitt 3.8.2 genannten Verfahren basieren auf physikalisch begründeten Differentialgleichungen (DGL), wobei der gewählte Lösungsansatz für die DGL eine Einordnung des Verfahrens ermöglicht. Im Gegensatz dazu ist das Minimalmodell eine Kombination empirischer Funktionen, die jeweils einzelne Effekte wiedergeben. Die Mehrheit der verwendeten Ansätze lässt sich analytisch lösen, für einzelne Aspekte sind jedoch nur numerische Lösungen bekannt. De facto ist der Ablauf des Modells jedoch komplett numerisch. Bereits die Ausgangsdaten sind numerischer Natur, liegen also nicht als funktionaler Zusammenhang sondern als diskretisierte Daten vor. Bei einem Vergleich der Merkmale der einzelnen Me-

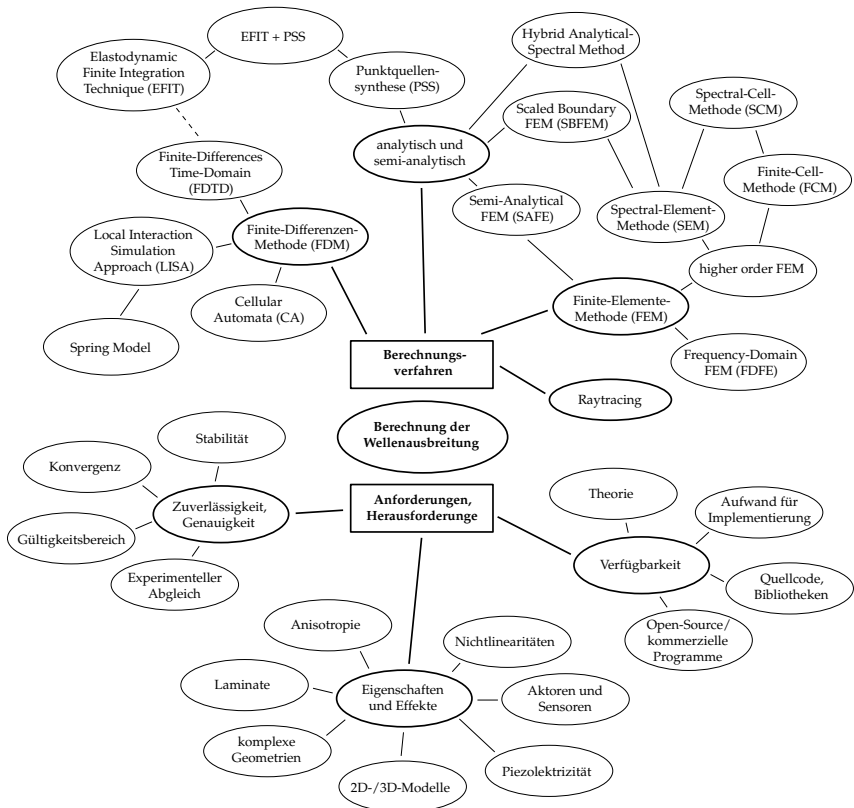


Abbildung 3.7: Übersicht zu Berechnungsverfahren und Auswahlkriterien für die Simulation geführter Wellen

thoden gleicht das Minimalmodell jedoch am ehesten analytischen oder semi-analytischen Verfahren. Ähnlich wie in diesen Verfahren, ist im Minimalmodell das simulierte Medium nur an den Orten unterteilt, an denen auch physikalisch eine Grenze vorhanden ist (siehe 2. **Arbeitshypothese**). Eine zusätzliche Diskretisierung aufgrund numerischer Anforderungen, wie den finiten Elementen der FEM, ist nicht nötig.

Im Gegensatz sowohl zu den etablierten als auch den alternativen Berechnungsansätzen, wird mit dem Minimalmodell eine stärkere Approximation der Wellenausbreitung angestrebt. Grundlage dieser Zielstellung ist die **Forschungsthese**, die eine Vereinfachung von Unstetigkeiten vorschlägt. Der gewählte Ansatz zur Vereinfachung eröffnet viele Möglichkeiten zur Beschleunigung des Berechnungsvorgangs und wird im nachfolgenden Kapitel behandelt. Ähnlich wie bei einem Großteil der alternativen Berechnungsverfahren, kann das Minimalmodell der Grundlagenforschung zugeordnet werden. Da der vorgestellte Ansatz neu ist, kann innerhalb dieser Arbeit nur dessen prinzipielle Eignung zur effizienten Abbildung von Lamb-Wellen und eine begrenzte Anzahl an Einflussgrößen untersucht

werden. Vor einer möglichen Umsetzung als Entwicklungswerkzeug sind daher weitere Analysen bezüglich diverser Aspekte wie Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Modellierung und Optimierung durchzuführen.

4 Interaktion von Lamb-Wellen mit Unstetigkeiten

Eine zentrale Feststellung des vorherigen Kapitels ist, dass die Simulation der Wellenausbreitung in komplexen Strukturen trotz einer Vielzahl möglicher Modellierungsansätze weiterhin mit erheblichem Aufwand verbunden ist. Eine der aufgeführten Ursachen hierfür ist die hohe Modellkomplexität infolge einer großen Zahl an Unstetigkeiten. Wie in der **Forschungsthese** angenommen, sollte durch eine vereinfachte Abbildung dieser Unstetigkeiten eine deutliche Modellreduktion möglich sein. Bei der Interaktion von Wellen mit Unstetigkeiten lässt sich nur eine vergleichsweise geringe Anzahl an Effekten beobachten. Aus diesem Grund wird in der **1. Arbeitshypothese** angenommen, dass eine gleichermaßen geringe Anzahl an Kennwerten genügt, um die Unstetigkeiten zu beschreiben.

Entsprechend dieser Annahmen, ist das Thema dieses Kapitels die Reduktion konstruktionsbedingter Unstetigkeiten auf einige wenige Kennwerte, mit denen sich die Auswirkungen der Unstetigkeiten auf die Wellenausbreitung näherungsweise abbilden lässt. Im ersten Abschnitt findet sich die Definition des in dieser Arbeit verwendeten Begriffs der Unstetigkeit und die daraus abgeleiteten Kennwerte. Für die Interaktionen von Wellen mit Unstetigkeiten sind nur in Ausnahmefällen analytische Lösungen bekannt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit auf die Finite-Elemente-Methode (FEM) zurückgegriffen, deren Flexibilität es erlaubt verschiedene Effekte, Materialeigenschaften und Geometrien zu simulieren. Entsprechend befasst sich der zweite Abschnitt mit der Auswahl der Simulationsparameter und dem Aufbau der Modelle. Der dritte Abschnitt beschreibt die Bestimmung der Interaktionskennwerte aus den Simulationsergebnissen, bevor abschließend ein Abgleich der gewählten Methode mit einer analytischen Lösung erfolgt.

4.1 Reduktion von Unstetigkeiten

In einer Struktur, die sich in Ausbreitungsrichtung einer Welle nicht verändert, lässt sich der wegabhängige Wandel eines Wellenpaketes mit zwei Effekten beschreiben. Ein Wellenpaket ändert sich über die zurückgelegte Strecke einerseits aufgrund von Dispersion und andererseits durch Energieverluste. Dispersion ist eine Folge der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten der einzelnen Frequenzanteile. Dies hat in den meisten Fällen im Zeitbereich eine Verbreiterung des Wellenpakets bei gleichzeitiger Amplitudenreduktion zur Folge, während das Frequenzspektrum unverändert bleibt. Direkt auf die Amplitude der einzelnen Frequenzanteile im Spektrum wirken sich diverse Schwächungseffekte aus. Dazu gehört die Streuung der Wellenenergie innerhalb der Geometrie, die Abstrahlung in angrenzende Medien und Materialdämpfung [21, 72].

Eine Änderung des Bauteils in Geometrie oder Material stellt eine Inhomogenität dar. Sprunghafte Änderungen werden in dieser Arbeit als Unstetigkeiten bezeichnet und stellen eine Untermenge der Inhomogenitäten dar. Trifft eine Welle auf eine Unstetigkeit findet eine Interaktion statt. Sehr viele bauteilbedingte Inhomogenitäten können auf plattenartigen Strukturen als sprunghafte Änderung idealisiert werden. Dazu gehört der Übergang zwischen zwei angrenzenden Bauteilen oder der Rand eines Versteifungselements, wie einem Stringer. Allerdings können Bereichsgrenzen im Bauteil, die in den Konstruktionsvorgaben als Linie definiert sind, in der realen Struktur als stetige Übergänge ausgeprägt sein. Ein Beispiel sind Harzansammlungen an den Innenkanten einer Materialaufdickung. Bei solchen produktionsbedingten Abweichungen muss prinzipiell mit einem Einfluss auf die Wellenausbreitung gerechnet werden. Inwiefern dieser Einfluss relevant und damit eine

Abbildung in Modellen nötig ist, hängt jedoch von der untersuchten Fragestellung ab. Die Wahl einer geeigneten Modellierung von äußeren und inneren Grenzen eines Bauteils stellt eine generelle Herausforderung der Modellbildung dar. Allerdings geht dieses sehr umfangreiche Thema über den Rahmen dieser Arbeit hinaus und es werden vorerst nur ideal linienhafte Bereichsgrenzen betrachtet. Die Möglichkeiten zur Abbildung ausgedehnter inhomogener Bereiche mit der entwickelten Methode wird in den Abschnitten 5.2 und 7.2 diskutiert.

Bei sprunghaften Änderungen von Material oder Geometrie ist die Interaktion geführter Wellen auf diese Bereichsgrenzen konzentriert. In Abb. 4.1 ist die Ausbreitung von Lamb-Wellen durch ein Bauteil am Beispiel einer CFK-Platte mit Omega-Stringer dargestellt. Die Abbildung ist das Ergebnis einer numerischen Berechnung, wie sie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben wird. Im zugehörigen B-Bild wird sichtbar, wie der angeregte S_0 -Mode mit dem Stringer interagiert. Deutlich zu erkennen ist hier, neben der Transmission der S_0 -Welle, die Konversion zum langsameren A_0 -Mode an den äußeren Rändern und den Übergängen vom Fuß zur Seite des Stringers. Auf dem Weg einer Welle durch die Platte erzeugt der Stringer damit vier Unstetigkeiten, an denen die Interaktion konzentriert ist.

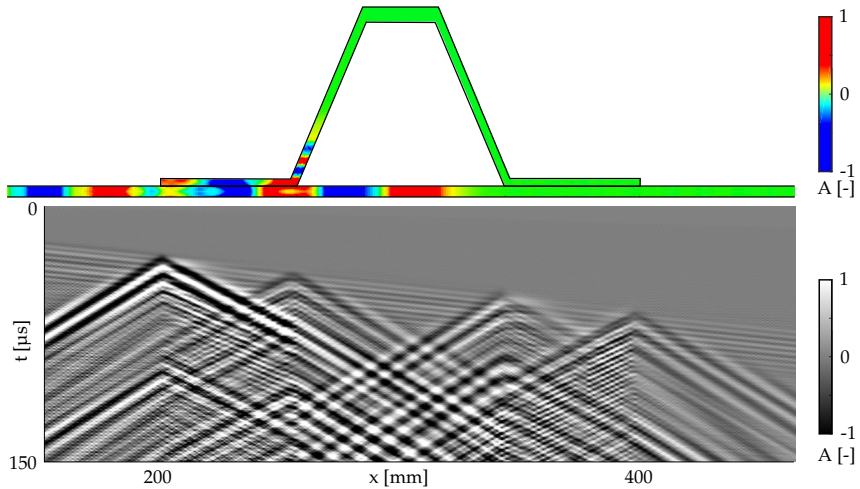


Abbildung 4.1: Querschnitt eines Omega-Stringers und B-Bild der out-of-plane-Auslenkung bei Anregung des S_0 -Modes

Beim Auftreffen von Plattenwellen auf eine Unstetigkeit lassen sich generell drei Interaktionstypen beobachten. Transmission und Reflexion sind Phänomene, die - bis auf wenige Ausnahmen - bei allen Wellenarten bekannt sind. Lamb-Wellen gehören zu den Wellentypen bei denen zusätzlich Modenkonversion möglich ist. Hierbei wird an einer Grenzfläche ein Teil der Energie in andere Moden umgewandelt, die bei der gleichen Frequenz auftreten. Diese konvertierten Moden breiten sich genau wie die reflektierten und transmittierten Anteile in beide Richtungen von der Grenzfläche aus. Demnach können die aus Konversion entstandenen Wellenpakete auf die gleiche Weise als reflektiert und transmittiert eingeordnet werden. Auf der beobachteten geringen Zahl an Interaktionsvarianten basiert die **1. Arbeitshypothese**.

Ein zusätzlicher Effekt, der die Wellenausbreitung bei einem Bereichsübergang beein-

flusst, ist die Brechung. Die Änderung der Ausbreitungsrichtung nach der Interaktion wird jedoch nicht durch Kennwerte der Unstetigkeiten beschrieben, sondern durch die Phasengeschwindigkeiten in den beiden angrenzenden Plattenbereichen. Details zum Vorgehen insbesondere bei anisotropen Materialien, finden sich in Abschnitt 5.3.3 auf Seite 54.

Da die Unstetigkeiten stark lokalisiert sind, wird angenommen, dass bei einer Interaktion keine Energieverluste auftreten, sondern sich Verluste auf ungestörte Plattenbereiche begrenzen. Auch im Fall komplexer Bauteile, wie dem abgebildeten Omega-Stringer, führt die sichtbare Abzweigung von Wellen in die Seite des Stringers nicht zu einem Verlust von Energie. Stattdessen stellt dies einen zusätzlichen Ausbreitungspfad neben der Plattenebene dar. Diese Arbeit beschränkt sich jedoch zunächst auf Unstetigkeiten mit maximal zwei angrenzenden Plattenbereichen. Bei dieser Klassifizierung entspricht der Rand einer Platte einer Unstetigkeit mit nur einem angrenzenden Plattenbereich. Prinzipiell müssen zwei Bereiche nicht im gleichen Winkel aufeinander treffen. Mit der in diesem Kapitel beschriebenen Methode kann gleichermaßen eine Unstetigkeit in Form eines Knicks in der Platte approximiert werden, auch wenn dies in der Arbeit nicht explizit behandelt wird.

SHM-Systeme verwenden Burst-Signale, die kurze Wellenpakete zur Folge haben und eine Lokalisierung von Schäden ermöglichen (siehe auch Abschnitt 3.4). Entsprechend ist es sinnvoll die Interaktion anhand solcher Signale zu untersuchen und transiente Simulationen zu verwenden. In Anlehnung an die Reflexions- bzw. Transmissionsfaktoren, wie sie beispielsweise aus der Akustik [73] oder der Optik [74] bekannt sind, werden in dieser Arbeit die Interaktionskennwerte einer Unstetigkeit aus den Amplituden A der Wellenpakete bestimmt:

$$I_{Rio} = \frac{A_{Ro}}{A_{Pi}} \quad (4.1)$$

$$I_{Tio} = \frac{A_{To}}{A_{Pi}} \quad (4.2)$$

$$i, o = 1, 2, \dots, n_M$$

Die Interaktionskoeffizienten für Reflexion I_R und Transmission I_T ergeben sich aus dem Amplitudenverhältnis von reflektierten bzw. transmittiertem (sekundären) Wellenpaket (A_R bzw. A_T) zum einfallenden (primären) Wellenpaket A_P . Bei der Interaktion eines Wellenpaketes können potentiell alle n_M Moden entstehen, die bei der angeregten Frequenz auftreten (siehe auch Abb. 3.3 auf Seite 13). Damit ist es nötig für ein primäres Wellenpaket des Modus i die Interaktionskennwerte aus den sekundären Wellenpaketen zu bestimmen, die auch wieder einem Mode o zugeordnet sind. Im Fall von $i = o$ wird allgemein von Transmission und Reflexion gesprochen, bei $i \neq o$ dagegen von Modenkonversion. Die in dieser Arbeit aufgestellte **Forschungsthese** enthält die Annahme, dass sich Unstetigkeiten der Geometrie für den Fall der Lamb-Wellenausbreitung durch sehr wenige Kennwerte beschreiben lassen. Um deren Anzahl gering zu halten, sind die Kennwerte für die Mittenfrequenz statt für jeden Frequenzschritt eines spezifischen Anregungsspektrums definiert. Dies wird unter der Annahme festgelegt, dass zukünftige SHM-Systeme voraussichtlich nur mit einem oder einer geringen Zahl unterschiedlicher Anregungssignale arbeiten.

Mit beliebigen Anregungssignalen kombinierbar wäre dieser Ansatz, wenn statt eines Kennwertes eine frequenzabhängige Übertragungsfunktion verwendet wird. Allerdings variieren die Interaktionskoeffizienten innerhalb eines schmalen Frequenzspektrums, wie dem von Burst-Signalen, nur geringfügig [75]. Damit kann angenommen werden, dass ein signalspezifischer Kennwert ein akzeptabler Kompromiss aus Genauigkeit und Berechnungsaufwand ist. Sollen dagegen frequenzabhängige Interaktionskoeffizienten bestimmt werden, ist eine Analyse der Unstetigkeiten im Frequenzbereich erforderlich. Zwei Möglichkeiten sind die in Abschnitt 3.8.2 auf Seite 21 erwähnten Verfahren SAFE und FDFE. Dem

zweiten Ansatz sehr ähnlich, aber direkt in kommerzieller FEM-Software realisierbar, ist die harmonische Analyse in Kombination mit nicht reflektierenden Rändern [76]. Auch mit dem SAFE-Verfahren sind bereits entsprechende Analysen dokumentiert [2]. Ein erst vor kurzem veröffentlichter Ansatz mit der Bezeichnung *complex modes expansion with vector projection* (CMEP) soll eine analytische Beschreibung beliebiger Unstetigkeiten ermöglichen [75]. In der zitierten Abhandlung wird ein Dickensprung in einer Aluminiumplatte untersucht. Laut den Autoren sollen zukünftige Publikationen zu dieser Methode auch komplexere Inhomogenitäten und anisotrope Materialien behandeln. Ein Vorteil der Verfahren im Frequenzbereich ist, dass auch Informationen zur Phasenänderung am Übergang gewonnen werden, die bei den hier vorgestellten Kennwerten fehlen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Interaktionskennwerte hängen nicht nur von Signalspektrum und Wellenmode ab, sondern müssen wie zu erwarten auch für alle Übergänge im Modell bestimmt werden, für identische Übergänge jedoch nur einmalig. Diese gelten nur als identisch, wenn dabei sowohl das Material beider angrenzenden Bereiche als auch die Geometrie gleich sind. Als weitere Abhängigkeit der Interaktionskennwerte müssen auch die einzelnen Schwingungsrichtungen unterschieden werden, da die Auslenkungskomponenten für jeden Mode stark voneinander abweichen. Hier werden die Komponente in Ausbreitungsrichtung u_1 (in-plane) und die Komponente senkrecht zur Plattenoberfläche u_3 (out-of-plane) unterschieden.

Im Minimalmodell sind Inhomogenitäten als eindimensionale Hindernisse approximiert, wodurch die Querschnittsgeometrie nicht vom Einfallswinkel abhängt. Insbesondere bei isotropem Material kann daher davon ausgegangen werden, dass auch richtungsunabhängige Interaktionskennwerte ausreichend sind, um die Amplitudenänderung zu beschreiben. Aufgrund der schwach ausgeprägten Anisotropie quasi-isotroper Lamine werden Inhomogenitäten solcher Platten auf die gleiche Weise approximiert. Bei stärkerer Anisotropie ist hingegen zu erwarten, dass die Orientierung der Welle zur Unstetigkeit eine größere Rolle spielt. Da in Luftfahrstrukturen bisher fast ausnahmslos quasi-isotrope Lamine Verwendung finden, ist das Minimalmodell bisher nicht auf Materialien mit stark gerichteten Eigenschaften ausgelegt. Ungeachtet der Winkelunabhängigkeit der Interaktionskennwerte muss dennoch differenziert werden, von welcher Seite eine Welle auf ein Hindernis trifft. Die Unstetigkeiten im Minimalmodell sind immer einer Fläche zugeordnet und bilden deren Rand. Unterschieden wird dementsprechend, ob eine einfallende Welle von innen oder von außen auf eine Bereichsgrenze trifft. Zusammenfassend gibt es sieben Variablen über die eine Zuordnung zwischen einem Interaktionsvorgang und einem Interaktionsparameter möglich ist:

- Anregungssignal / -spektrum (Mittenfrequenz f_0)
- Unstetigkeit (geometrisches Objekt im Modell)
- Schwingungsrichtung (u_1, u_3)
- Wellenmode der einfallenden (primären) Welle
- Wellenmode der austretenden (sekundären) Welle
- Richtung der primären Welle relativ zur Bereichsgrenze (innen, außen)
- Richtung der sekundären Welle relativ zur primären (Reflexion, Transmission)

Üblicherweise wird bei der Strukturüberwachung mit einem festen Anregungssignal gearbeitet und, wie in Abschnitt 3.3 erwähnt, der Frequenzbereich eingeschränkt, so dass nur

die fundamentalen Moden A_0 und S_0 im Modell auftreten (d. h. $n_M=2$). Mit diesen Einschränkungen verbleiben für eine Unstetigkeit fünf Variablen, die jeweils nur zwei Zustände annehmen können. Neben der Schwingungsrichtung sind dies jeweils für die primäre und die sekundäre Welle deren Mode und Richtung. Pro Unstetigkeit ergeben sich also $2^5=32$ Kennwerte, die die Änderung der Amplitude am Übergang für ein Anregungsspektrum beschreiben.

4.2 FEM-Simulation der Wellenausbreitung

Die numerische Simulation der Ausbreitung von Plattenwellen wird aus den in Abschnitt 3.8.1 auf Seite 19 genannten Gründen auf Basis der impliziten transienten Analyse durchgeführt. Im Folgenden wird näher auf die verwendeten Modelle und die Kennwerte der Simulation eingegangen. Die FEM wird in dieser Arbeit hauptsächlich als Hilfsmittel zur Bestimmung der Interaktionskennwerte, aber auch zum Abgleich des Minimalmodells in Kapitel 6 benutzt. Da die Modellierung und die Simulationsparameter in beiden Fällen sehr ähnlich sind, wird in diesem Abschnitt auch kurz auf den zweiten Anwendungsfall eingegangen. Für die numerische Simulation wird das kommerzielle FEM-Softwarepaket ANSYS 17.2 genutzt. Grundlage für die Programmwahl sind neben Verfügbarkeit und Funktionsumfang hauptsächlich die vorhandenen Erfahrungen aus Vorarbeiten [4, 77]. Der erste Teil dieses Abschnitts beleuchtet Simulationsparameter, die entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit und Effizienz der transienten Simulation haben. Der zweite Teil beleuchtet die Bestimmung der Materialkennwerte, da dies bei Faserverbundmaterial nicht trivial ist. Es schließt sich eine Beschreibung der zwei- und der dreidimensionalen Modelle an, die der Simulation der Interaktion eines Wellenpakets mit einer Bereichsgrenze bzw. dem Abgleich mit dem Minimalmodell dienen. Der letzte Teil dieses Abschnitts beschäftigt sich mit nicht-reflektierenden Rändern, die eine Verringerung der Modellabmessungen sowohl in 2D- als auch 3D-Modellen ermöglichen.

4.2.1 Simulationsparameter

Die räumliche und zeitliche Diskretisierung des Modells sind essentiell für die Einstellung von Genauigkeit und Berechnungsaufwand transienter FE-Simulationen. Die übliche Empfehlung bei impliziten transienten Berechnungen sind 20 Zeitschritte für eine Periodendauer der maximalen Anregungsfrequenz [44]. Mit der Beschränkung des Frequenzbereichs auf $2 \cdot f_0$ ergibt sich eine Obergrenze von $\Delta t = 1/40f_0$. Bei der Elementlänge gibt es unterschiedliche Empfehlungen, die von 10 bis 20 Knoten für die kleinste vorhandene Wellenlänge λ_{min} reichen [78]. Für die Festlegung der Elementlänge muss also λ_{min} bekannt sein und somit sind zunächst die Dispersionskurven des Plattenmaterials zu berechnen. Bei der Ermittlung der kürzesten auftretenden Wellenlänge braucht nur der A_0 -Mode einbezogen werden, da dieser im gesamten Frequenzbereich langsamer und damit auch kurzwelliger ist als jeder andere Mode (vgl. Abb. 3.1 und 3.4 auf Seite 9 und auf Seite 15). Unter Verwendung von rechteckigen Elementen mit quadratischer Ansatzfunktion haben sich fünf Elemente, also zehn Knoten, für die kleinste Wellenlänge als ausreichend erwiesen. Bei den für die Simulation in ANSYS verwendeten Elementtypen handelt es sich im 2D-Modell um PLANE183 und PLANE223, während 3D-Modelle mit SOLID186 und SOLID226 vernetzt sind. Hierbei dient der jeweils zweite Elementtyp der Modellierung von Strukturbereichen mit piezoelektrischen Eigenschaften. Als Gleichungslöser wird der sogenannte *sparse direct solver* benutzt, welcher auf dem Gauß'schen Eliminationsverfahren basiert [45]. Dieser Löser kombiniert eine gute Lösungsgeschwindigkeit mit hoher Stabilität, benötigt jedoch deutlich mehr Speicher als iterative Gleichungslöser. Für die untersuchten Modelle ist der vorhan-

dene Arbeitsspeicher (RAM) jedoch ausreichend, um den *sparse direct solver* einzusetzen. Beim gewählten impliziten Verfahren muss, im Gegensatz zur expliziten Analyse, in jedem Zeitschritt die Massenmatrix invertiert werden. Durch eine Konzentration der Massen auf die Knoten entsteht eine diagonale Matrix, die sich deutlich einfacher invertieren lässt. Der durch diese Vereinfachung verursachte Fehler stellt sich, infolge der geringen Elementabmessungen in den verwendeten Modellen, als vernachlässigbar heraus. Die gewählten Parameter für Elementabmessungen und Zeitschrittweite sowie der Einfluss der diagonalisierten Massenmatrix wurden bereits in einer vorherigen Arbeit validiert [77]. Im Rahmen dieser Untersuchungen hat sich auch herausgestellt, dass es erforderlich ist alle Schichten des Laminats einzeln abzubilden, statt die Platte mithilfe eines homogenisierten Materials zu approximieren. Andernfalls zeigt insbesondere der A_0 -Mode bereits bei niedrigen Frequenzen deutlich zu hohe Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Grundlage dieser Erkenntnis ist ein Vergleich der Dispersionskurven von zwei Modellen der selben Platte; einmal mit modellierten Einzelschichten und einmal mit nach der klassischen Laminattheorie homogenisiertem Material. Da diese Theorie auf der Kirchhoff'schen Plattentheorie beruht, sind die auftretenden Abweichungen vergleichbar mit denen zwischen Lamb-Wellen und den nach der Plattentheorie berechneten Wellen (siehe Abb. 3.1). Für das FE-Modell bedeutet die Modellierung der Einzelschichten eine größere Anzahl an Elementen über die Plattendicke und damit einen erhöhten Berechnungsaufwand verglichen mit isotropem Material.

4.2.2 Materialkennwerte

Die für die Wellenausbreitung relevanten elastischen Materialkennwerte werden von den Herstellern der Verbundplatten nur im Ansatz zur Verfügung gestellt. Häufig sind in den Datenblättern nur der E-Modul in Faserrichtung sowie die Dichte angegeben. Um ein transversal-isotropes Material, wie die UD-Lagen, im Bezug auf linear elastische Schwingungen vollständig zu charakterisieren, sind allerdings neben der Dichte fünf weitere Kenngrößen erforderlich. Auf Basis der Kennwerte von Fasern und Harz ist es jedoch möglich homogenisierte Eigenschaften einer Lage zu berechnen. Diese Arbeit folgt dabei den validierten halbempirischen Näherungsgleichungen in Kapitel 8 aus [7]. Für die Matrix werden Kennwerte eines generische Duromerharzes angenommen. Exakte Werte sind hier nicht erforderlich, da die Unterschiede in den mechanischen Kennwerten zwischen einzelnen Harzsystemen im Vergleich zur Faser vernachlässigbar sind. Die Faser hat den deutlich stärkeren Einfluss durch ihre sehr viel höhere Steifigkeit und ihren größeren Anteil am Verbund. In den verwendeten UD-Schichten HexPly M21 34% T800S liegt der Faservolumengehalt bei 58%. Allerdings werden auch für die Fasern herstellerseitig nur wenige Kennwerte genannt [79]. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass die Kennwerte der Faser noch aufwändiger zu bestimmen sind als die des Verbundes. Ansätze zur Bestimmung von Materialparametern finden sich jedoch in der wissenschaftlichen Literatur, woher auch die fehlenden Werte entnommen sind [80]. Die Kennwerte der CFK-Schichten und der anderen im Rahmen der Arbeit verwendeten Materialien finden sich in Tabellen A.1 und A.2 auf Seite 105. Im lokalen kartesischen Koordinatensystem der Einzelschicht folgen die Richtungen 1 und 2 der Plattenebene, wobei die 1-Richtung in UD-Schichten parallel zur Faser verläuft. Der Lagenaufbau der Platten mit den Orientierungen der einzelnen Schichten findet sich in Tabelle A.3 auf Seite 106.

Die auf diese Weise bestimmten Werte der Verbundmaterialien können nur eine Näherung sein. Insbesondere die Berechnung der Schubmoduln ist mit einer großen Unsicherheit behaftet. Eine zuverlässigere Charakterisierung des Materials ist jedoch nur mit aufwändigen Materialtests möglich. Da die auf den theoretischen Materialkennwerten basierenden Berechnungen und Simulationen gut mit Messergebnissen übereinstimmen (siehe beispielsweise Abb. 6.1 bis 6.5 auf den Seiten 73–75), wird auf eine experimentelle Materialcharakterisierung

verzichtet.

4.2.3 2D-Modell des Plattenquerschnitts

Die transiente Analyse von Wellenausbreitungsvorgängen ist, wie bereits in Abschnitt 3.8.1 erwähnt, rechenintensiv. Für die Analyse des Interaktionsverhaltens zwischen Wellen und Unstetigkeit wird der Berechnungsaufwand durch die Reduktion der Geometrie auf den Querschnitt der Platte verringert. Die Ebene des Querschnitts liegt dabei normal zur untersuchten Unstetigkeit. Die Randbedingung eines ebenen Dehnungszustands verhindert Verformungen normal zur abgebildeten Fläche, wodurch das Modell einer Platte entspricht, die in die Richtungen orthogonal zum Querschnitt unendlich ausgedehnt ist. Um die Analyse der Interaktion zu vereinfachen, wird ein Hindernis in seine einzelnen Grenzflächen aufgeteilt und diese separat simuliert. Dadurch können sich Wellenpakete nach der Interaktion ungestört ausbreiten und infolge unterschiedlicher Ausbreitungsgeschwindigkeiten trennen. Ein zusätzlicher Vorteil eines zweidimensionalen Modells bei der Analyse des Interaktionsverhaltens ist der Wegfall von Amplitudenverlusten aufgrund von Streuung. Durch den Wegfall der Streuung ändert sich die Amplitude der Wellenpakete bei der Ausbreitung nur infolge von Dispersion, wodurch es möglich wird Wellen auch in einem gewissen Abstand zur Unstetigkeit zu analysieren. In Abb. 4.2 ist dies beispielhaft an einer Aufdickung dargestellt. Die zwei entstehenden Modelle sind von der Geometrie her identisch, dennoch müssen beide Simulationen durchgeführt werden, um die beiden Richtungen abzudecken, aus denen das primäre Wellenpaket auf die Störung treffen kann. Ein nicht-reflektierender Rand (siehe Abschnitt 4.2.5) ermöglicht eine zusätzliche Modellreduktion, da sich Randreflexionen verhindern lassen ohne große Auslaufbereiche zu modellieren. Die Materialkennwerte der Einzelschichten müssen für den Einsatz im 2D-Modell entsprechend ihrer Orientierung im Laminat manuell transformiert werden, da dies, im Gegensatz zur 3D-Simulation, nicht direkt in der FEM-Software einstellbar ist. Dazu werden die bis zu neun Konstanten einer Schicht in eine 6×6 Steifigkeitsmatrix in Voigt-Notation überführt, die anschließend um die Achse normal zur Plattenebene rotiert wird [81].

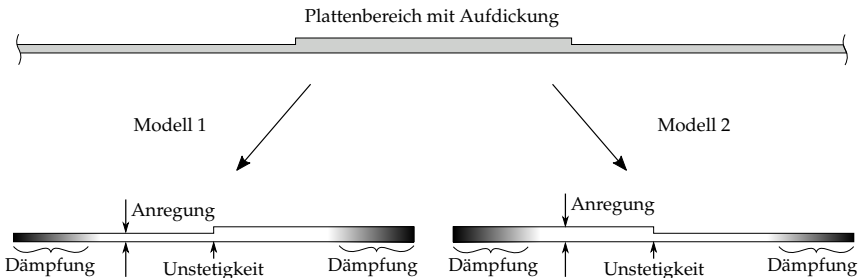


Abbildung 4.2: Querschnitt einer Platte mit Aufdickung und 2D-Modelle für beide Unstetigkeiten

4.2.4 3D-Modell

Für einen Abgleich der Ergebnisse und zur Abschätzung der Leistungsfähigkeit des Minimalmodells wird neben experimentellen Messungen auch eine Simulation der Platte mit einem dreidimensionalen Modell durchgeführt. Der hohe numerische Aufwand von 3D-

Simulationen wird bei CFK-Laminaten durch die erforderliche Modellierung der Einzelschichten weiter erhöht. Daher werden in dieser Arbeit 3D-FEM-Berechnung auf Platten aus isotropen Materialien beschränkt. Für anisotrope Materialien basiert die Validierung der entwickelten Methode auf experimentellen Ergebnissen. In Abb. 4.3 ist exemplarisch ein Bereich des Modells der Aluminiumplatte mit Ausschnitt dargestellt, die in Abschnitt 6.3.2 Verwendung findet. Nicht abgebildet sind die Symmetrie-Randbedingungen an der Schnittkante der Platte, mit deren Hilfe die Modellgröße halbiert werden kann. Das FE-Netz besteht ausschließlich aus Hexaedern, die bei einer vergleichbaren Netzdichte eine höhere Genauigkeit bieten als Tetraeder.

Die Verformung des Aktors wird primär mittels Schub in die Platte übertragen. In realen Anwendungen ist die Ankopplung der Wandler nicht ideal, das heißt infolge der elastischen Eigenschaften einer Koppelschicht ist die Schubübertragung verlustbehaftet [17]. Durch den Einsatz von Piezokompositen bei den Versuchen existiert zusätzlich eine Polymerhülle um die Keramik [82]. Für die Kraftübertragung ist jedoch nur die Schicht zwischen Aktor und Platte relevant, weswegen im Modell die restliche Ummantelung vernachlässigt wird. Im FEM-Modell ist der Einfluss von Klebung und Ummantelung in einer dünnen Polymer-Schicht zusammengefasst. Als Materialeigenschaften dienen erneut die Kennwerte des generischen Duromers, die bereits bei der Berechnung der Plattenmaterialien Verwendung finden (siehe Abschnitt 4.2.2 und Tabelle A.1).

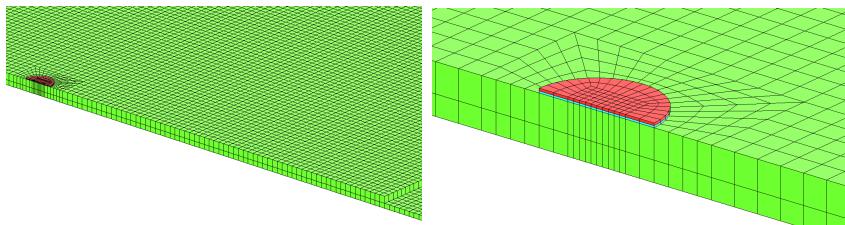


Abbildung 4.3: Ein Ausschnitt des 3D-Modells und Nahansicht des Aktors

4.2.5 Nicht-reflektierender Rand

Plattenwellen haben die Besonderheit sich infolge geringer Streuung über weite Strecken auszubreiten. Theoretisch können SHM-Systeme daher große Strukturbereiche mit wenigen Aktoren und Sensoren überwachen. Insbesondere bei der Simulation von Teilbereichen der Struktur ist diese Eigenschaft dagegen ungünstig, da unerwünschte Reflexionen am Modellrand eine Auswertung erschweren können. In der verwendeten FEM-Software besteht standardmäßig keine Möglichkeit bei einer transienten Analyse eine unbegrenzte Geometrie abzubilden. Der einfachste Ansatz Reflexionen zumindest zu verzögern, besteht in der Modellierung eines langen Auslaufbereichs, der jedoch mit deutlich erhöhtem Rechenaufwand erkauft wird. Erschwerend kommt hinzu, dass bei einer Anregungsfrequenz mehrere Wellenmoden mit stark unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten auftreten können. In den meisten Fällen werden direkt am Aktor alle Moden gleichzeitig angeregt. Selbst bei einer speziell angepassten monomodalen Anregung entstehen die restlichen Moden bei Interaktionen der Wellenpakete mit Unstetigkeiten im Bauteil. Ein Auslaufbereich kann dann von schnelleren Moden bereits komplett durchquert worden sein, während ein langsamer Mode den zu untersuchenden Bereich noch nicht verlassen hat. Damit ist das Hinzufügen eines solchen Auslaufbereichs nur bedingt praktikabel.

In diesem Abschnitt wird der Ansatz eines absorbierenden Randbereiches vorgestellt. Die hierbei verwendete exponentiell ansteigende Dämpfung kann Reflexionen mit wenigen Elementen am Rand des Modells minimieren. Diese Methode hat den Vorteil, dass sie praktisch in jeder FEM-Umgebung und für beliebige Geometrien und Materialien mit geringem Modellierungsaufwand realisiert werden kann. Weiterhin eignet sie sich sowohl für harmonische als auch transiente Berechnungen mit einem begrenzten Anregungsspektrum. Der absorbierende Rand erfordert eine gewisse Anzahl an finiten Elementen, um optimal zu funktionieren. Die Elemente liegen außerhalb des interessierenden Modellbereichs und erhöhen damit die Modellkomplexität ohne direkt zur Lösung beizutragen. Allerdings erfordert die absorbierende Randschicht, im Vergleich zu einem Auslaufbereich mit ähnlicher Wirkung, eine deutlich geringere Ausdehnung. Detaillierte Ausführungen zum Einsatz der absorbierenden Randschicht und eine Übersicht zu anderen Ansätzen zum Abbilden offener Ränder findet sich in [76]. Dort wird auch aufgezeigt, wie mithilfe dieser Technik der eingeschwungene Zustand einer unbegrenzten Geometrie nachgebildet werden kann.

Der hier verwendete absorbierende Rand ist eine Abwandlung eines Ansatzes von Liu und Quek Jerry [83]. Ein großer Vorteil der dort vorgestellten Randschicht ist ihre Fähigkeit unterschiedliche Wellenarten unabhängig von ihrer Einfallsrichtung zu absorbieren, ohne dass spezielle Anpassungen notwendig sind. Potentiell ist diese Methode flexibler als in dem Artikel beschrieben und nicht nur für harmonische Berechnungen geeignet. Im Folgenden wird gezeigt, wie solche Ränder in Simulationen von Lamb-Wellen in geschichteten Faserverbunden bei transienten Berechnungen mit ANSYS verwendet werden können. Dieser Ansatz sollte jedoch in praktisch jedem FE-Programm realisierbar sein. Eine entscheidende Modifikation gegenüber dem ursprünglichen Ansatz ist der Einsatz von Rayleigh-Dämpfung statt einer komplexen Steifigkeit. Dabei wird nur der steifigkeitsproportionale Anteil, die sogenannte β -Dämpfung verwendet, die in ANSYS direkt für jedes Material definiert werden kann. Die Bewegungsgleichung (4.3) der FEM für den Fall der transienten Analyse enthält neben der Dämpfungsmatrix \mathbf{C} , die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , die Massenmatrix \mathbf{M} , den Vektor der Knotenverschiebungen \mathbf{u} und den Vektor der von außen auf das System einwirkenden Kräfte \mathbf{F} [42]. Die Dämpfungsmatrix \mathbf{C} ergibt sich, für den Fall einer steifigkeitsproportionalen Dämpfung, aus der Multiplikation des Dämpfungswerts β mit der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} .

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (4.3)$$

$$\mathbf{C} = \beta \mathbf{K} \quad (4.4)$$

Zu beachten ist hierbei, dass Gleichung (4.4) für einen im gesamten Modell identischen Wert für β gilt. Unterscheidet sich die Dämpfung für jedes Material im Modell, muss jedem Element eine dem Material entsprechender β -Wert zugewiesen werden, bevor die Dämpfungsmatrix zusammengesetzt wird. Im verwendeten Modell existiert Dämpfung nur in der Randschicht, die n Elemente lang ist. Dort steigt der Wert für β_k zur äußeren Modellgrenze hin mit jedem Element k an, wie in Gleichung (4.5) definiert. Durch das exponentielle Wachstum ist die relative Änderung der Materialkennwerte zwischen benachbarten Elementen nur gering und unerwünschte Interaktionen an den Elementengrenzen lassen sich vermeiden. Die übrigen Kennwerte bleiben dabei unverändert und ein Einsatz bei geschichteten anisotropen Materialien ist ohne weiteres möglich. Die Variable β_0 entspricht dem Verlustfaktor des ersten Bereichs, während der Faktor κ die Änderungsrate der Dämpfung über die Elemente bestimmt.

$$\beta_k = \beta_0 \cdot \kappa^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

Der Verlustfaktor β_0 berechnet sich in Abhängigkeit der Frequenz und der Dämpfungsrate ξ , die wiederum über Λ einen Bezug zu den Amplituden der Schwingung herstellt

[84]. Das logarithmische Dekrement Λ beschreibt die Amplitudenabnahme von zwei aufeinander folgenden Maxima A_1 und A_2 einer monofrequenten Schwingung und lässt sich entsprechend aus Signalen bestimmen.

$$\beta_0 = \frac{2 \cdot \xi}{\omega} = \frac{\xi}{\pi f_0} \quad (4.6)$$

$$\xi = \frac{\Lambda}{\sqrt{(2\pi)^2 + \Lambda^2}} \quad \text{mit } \Lambda = \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \quad (4.7)$$

Im Gegensatz zum Artikel von Liu und Quek Jerry, wird vorgeschlagen die Dämpfungsrate ξ statt den Koeffizienten β_0 konstant über der Frequenz zu lassen. Dies hat den Vorteil, dass die Amplitudenänderung zwischen zwei aufeinander folgenden Maxima unabhängig von der Frequenz ist. Infolge dieser Anpassung ist jedoch β_k von der Anregungsfrequenz f_0 abhängig und der Verlustfaktor scheint nur auf einen Einsatz bei harmonischer Anregung ausgelegt zu sein. Jedoch können auch im transienten Fall sehr gute Ergebnisse erzielt werden, wie weiter unten gezeigt wird.

Mit dieser Anpassung ergibt sich der Verlustfaktor β_k für jedes der n Elemente in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz f_0 , einer konstanten Dämpfungsrate ξ und der ebenfalls konstanten Basis κ des exponentiellen Wachstums.

$$\beta_k = \frac{\xi}{\pi f_0} \cdot \kappa^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

Im FE-Modell wird die Änderung der Dämpfung über den Rand durch die Definition eines neuen Materials für jeden der n Abschnitte realisiert. Bei geschichteten Platten ist es erforderlich zusätzliche Materialien für jede Schicht zu definieren. Für eine CFK-Platte sind in Abb. 4.4 die einzelnen Materialien farblich hervorgehoben. Zu beachten ist bei dieser Darstellung, dass das verwendete Farbspektrum begrenzt ist. Dies hat zur Folge, dass sich Farben zum Rand hin wiederholenden ohne zum gleichen Material zu gehören. Während Materialeigenschaften im kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) festgelegt werden, eignen sich Polarkoordinaten (r, ϕ, z) für eine richtungsabhängige Auswertung der Wellenausbreitung.

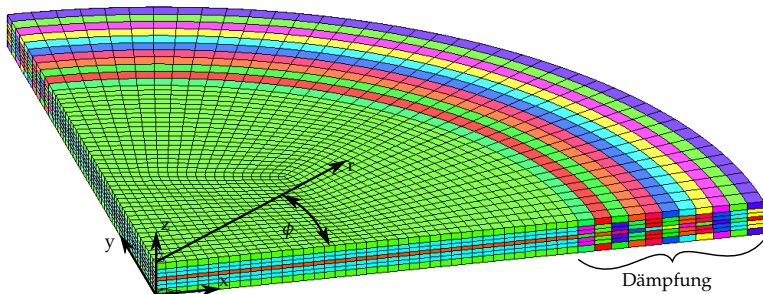


Abbildung 4.4: 3D-Modell einer CFK-Platte mit nicht-reflektierendem Rand. Farben markieren einzelne Materialien.

Bei einer transienten Anregung besitzt das endliche Anregungssignal ein breites Frequenzspektrum um die zentrale Anregungsfrequenz f_0 , während β bei einer Simulation

nur an eine Frequenz angepasst werden kann. Dies wirkt zunächst wie ein Widerspruch für den wirkungsvollen Einsatz des absorbierenden Rands, allerdings muss die Randschicht nicht exakt auf eine Frequenz eingestellt sein, um zu funktionieren. Vielmehr sorgt das Anpassen des Dämpfungsfaktors für ähnliches Dämpfungsverhalten bei wechselnden Anregungsfrequenzen. Prinzipiell funktioniert eine einmal definierte Schicht für einen breiten Frequenzbereich. In dieser Arbeit werden Ergebnisse im Allgemeinen gefiltert, wodurch das Spektrum auf den Bereich von $0,5 \cdot f_0$ bis $2 \cdot f_0$ begrenzt ist. Der Rand wird für die Berechnung von Lamb-Wellen im Bereich von 50..500 kHz eingesetzt. Dabei haben sich für die absorbierende Randschicht Werte von $\zeta = 0,03 \text{ s}^{-1}$ und $\kappa = 1,3$ bei einer Länge des Randes von 20 Elementen als wirksam erwiesen.

Die Wirkung des nicht-reflektierenden Randes wird an einer kreisförmigen CFK-UD-Platte mit 1 mm Dicke demonstriert. Unter Ausnutzung der Symmetrie wird nur ein Viertel der Platte modelliert. Der ungestörte Plattenbereich besitzt einen Radius r von 50 mm. Mit einem Kräftepaar im Plattenzentrum und orthogonal zur Oberfläche ist eine monomodale Anregung möglich. Die Anregung erfolgt mit einem Sinus-Burst bei 100 kHz. Die Auswertung erfolgt in 45° -Richtung, da hier die Wellenmoden Schwingungskomponenten in allen drei Raumrichtungen besitzen. Abbildung 4.5 zeigt die Ausbreitung des A_0 -Moden bei einer Platte ohne und mit absorbierendem Rand. Während im ersten Fall eine vollständige Reflexion stattfindet, bewirkt ein Rand aus 50 Elementen ein Abklingen der Schwingungen vor dem Ende der Geometrie bei $r=100$ mm. Allerdings genügen bereits 20 Elemente für die Nachbildung eines offenen Randes, da Schwingungen, die den Modellrand erreichen, reflektieren und auf dem Rückweg erneut gedämpft werden.

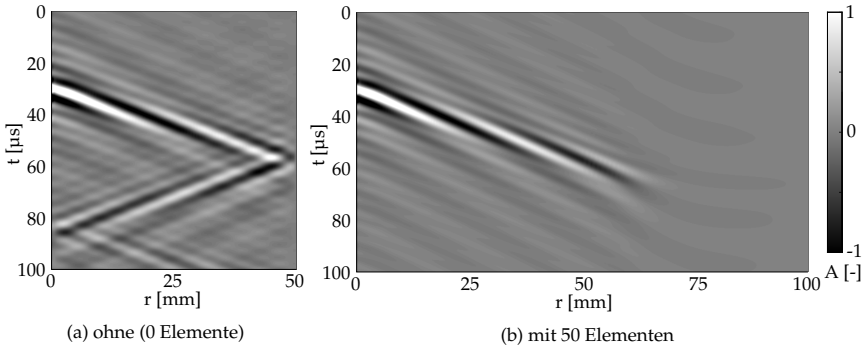


Abbildung 4.5: B-Bilder der Wellenausbreitung bei monomodaler Anregung des A_0 -Moden ohne und mit absorbierender Randschicht

Für einen direkten Vergleich sind für das selbe Modell in Abbildung 4.6 die Zeitsignale der Auslenkung in radialer Richtung für unterschiedlich lange Absorptionsschichten dargestellt. Der Auswertepunkt bei $r=25$ mm liegt auf halbem Weg zwischen Anregung und Ende der regulären Platte. Bei fehlender Randschicht (0 Elemente) treten bereits bei $60 \mu\text{s}$ bzw. $40 \mu\text{s}$ Reflexionen auf. Ein offener Rand wird durch einen Auslaufbereich von 200 mm angenähert. Damit wird die Reflexion zwar verzögert, jedoch ist sie im Fall des schnelleren S_0 -Moden am Ende des Zeitsignals bei $80 \mu\text{s}$ sichtbar und erzeugt die Abweichung zum Signal mit absorbierender Randschicht. Wie die Ergebnisse zeigen, sind für die transiente Analyse 20 Elemente ausreichend, um eine unbegrenzte Platte abzubilden. Eine noch größere Anzahl an Elementen bringt keine nennenswerte Verbesserung.

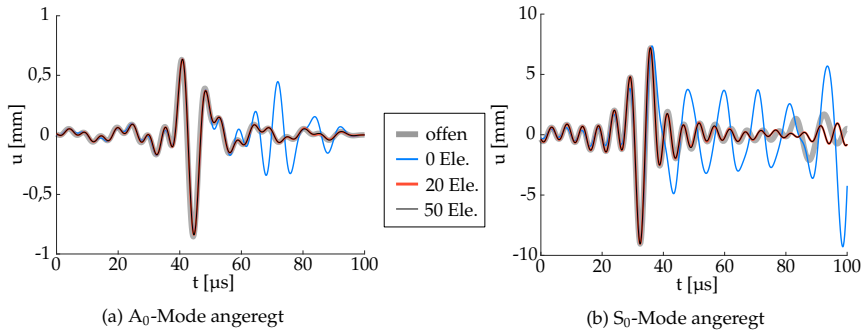


Abbildung 4.6: Zeitsignal in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente der absorbierenden Randschicht und Vergleich mit einem offenen Rand. Radiale Auslenkung an der Plattenoberfläche bei $r=25$ mm.

4.3 Bestimmung der Interaktionskennwerte

Als Ergebnis der transienten FE-Simulation des Interaktionsvorgangs von Wellen mit einer Unstetigkeit werden Verschiebungen in Abhängigkeit der Simulationszeit, also Zeitsignale, ausgegeben. Um die in Abschnitt 4.1 beschriebenen Interaktionskennwerte zu berechnen, müssen die Amplituden aller an der Interaktion beteiligten Wellenpakete bestimmt werden. Als Ergebnis der Simulation werden Signale über einen Großteil der Modelllänge gespeichert, was eine freie Wahl der Auswerteposition bei der folgenden Analyse ermöglicht. Damit ergeben sich für ein Modell B-Bilder in Abhängigkeit des angeregten Modes (A_0 bzw. S_0), der Verschiebungsrichtung (in-plane bzw. out-of-plane) und Plattenfläche (Ober- bzw. Unterseite). In Abb. 4.7a ist die in-plane-Verschiebung auf der Plattenoberseite der Platte CFK06 bei monomodaler Anregung des S_0 -Modes dargestellt. Infolge des symmetrischen Aufbaus aller verwendeten Laminat lassen sich die Moden durch Addition und Subtraktion der Verschiebungen von Ober- und Unterseite entsprechend Tabelle 4.1 trennen. Infolge der Modentrennung existieren für jede Simulation zwei Datensätze. Der erste Datensatz umfasst primäre, reflektierte und transmittierte Wellen (Abb. 4.7b) während der zweite nur die konvertierten Anteile enthält. (Abb. 4.7c).

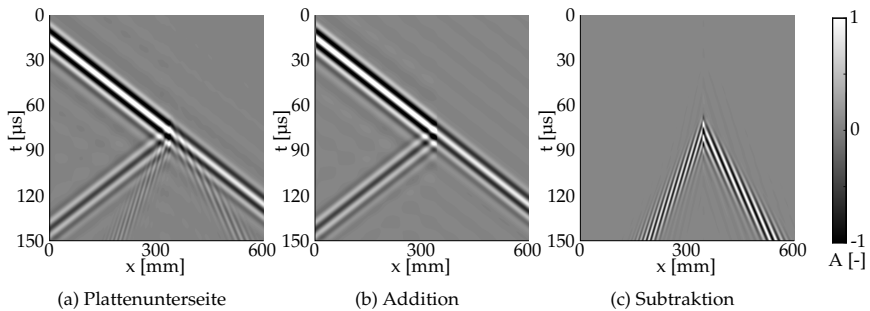


Abbildung 4.7: B-Bilder der in-plane Verschiebung (u_1) bei Anregung der S_0 -Moden

	Addition	Subtraktion
u_1 (in-plane)	S_0	A_0
u_3 (out-of-plane)	A_0	S_0

Tabelle 4.1: resultierende Moden bei Addition und Subtraktion der Verschiebung von Ober- und Unterseite einer symmetrischen Platte

Für die Bestimmung der Interaktionskennwerte sind die Amplituden der einzelnen Wellenpakete erforderlich (siehe Abschnitt 4.1). Die Identifizierung der Wellenpakete erfolgt in Signalen an je einer Position vor und hinter der Unstetigkeit. Die x -Koordinate wird anhand der B-Bilder so gewählt, dass sich die einzelnen Wellenpakete nicht überlagern. Gleichzeitig sollten diese Auswertepunkte jedoch möglichst nah an der Unstetigkeit liegen, um Einflüsse infolge der Wellenausbreitung, wie Dispersion, zu minimieren. In den meisten Fällen ist infolge der Modentrennung beidseitig der Unstetigkeit nur jeweils ein Wellenpaket vorhanden und eine Auswertung kann in räumlicher Nähe zur Unstetigkeit erfolgen. Nur bei der direkten Reflexion ist durch die Interferenz mit dem primären Wellenpaket ein größerer Abstand erforderlich.

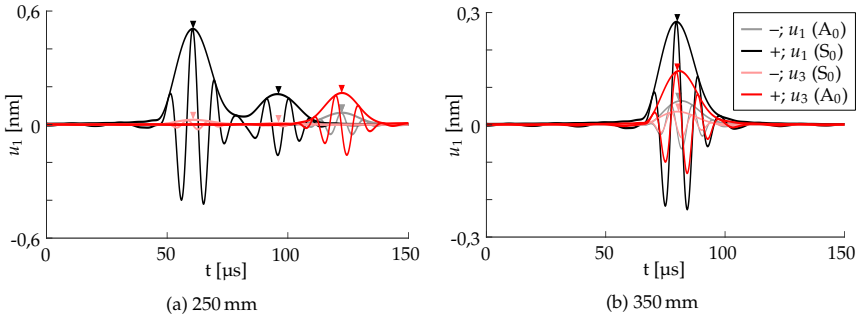


Abbildung 4.8: Signale vor und hinter der Unstetigkeit in Abhängigkeit von Addition (+) bzw. Subtraktion (-) und Auslenkungsrichtung

Die Laufzeit eines Wellenpakets innerhalb eines Zeitsignals lässt sich über die Gruppengeschwindigkeit abschätzen (siehe Abschnitt 3.7). Die Amplitude des Wellenpakets wird aus dem Maximum der Einhüllenden bestimmt. Es kann vorkommen, dass ein Wellenpaket infolge von Dispersion, Interaktion oder Interferenz seine ideale Sinus-Form verliert und sich mehrere nahe beieinander liegende Maxima ausbilden. Für die beiden Verschiebungskomponenten u_1 und u_3 müssen die Laufzeiten der Maxima jedoch identisch sein. Mit dieser Information lässt sich das gesuchte Maximum eingrenzen. Sollten weiterhin mehrere Maxima in Frage kommen, folgt als letzte Maßnahme ein Vergleich mit einem ideal sinusförmigen Wellenpaket. Die Bewertung der verbliebenen Maxima basiert dabei auf der Standardabweichung zwischen beiden Signalformen. Prinzipiell eignet sich dieses Vorgehen auch für unsymmetrisch aufgebaute Lamine, wobei die Trennung der Moden durch Addition und Subtraktion dann nicht möglich ist. Als Folge dessen kommt es insbesondere nahe der Unstetigkeit vermehrt zur Überlagerung der einzelnen Wellenmoden. In diesem Fall müssen für eine Trennung der Wellenpakete die Auswertepunkte in einem größeren Abstand zur Unstetigkeit gewählt werden.

4.4 Validierung mit analytischen Ergebnissen

In vielen technischen Disziplinen existieren gebräuchliche analytische Lösungen für die Interaktion von Wellen mit bestimmten Unstetigkeiten. Beispielsweise ist in der Akustik der Übergang von Schallwellen an Materialgrenzen ein häufig behandeltes Problem. Hier werden Reflexions- und Transmissionskoeffizienten als Schalldruckverhältnis von ausfallenden zu einfallenden Wellen definiert [85]. Ähnliche Fragestellungen werden auch in der Seismologie untersucht, allerdings wird dort statt dem Druck die Verschiebung verwendet [86]. Folglich sind die dort genutzten Berechnungsansätze besser für einen Vergleich mit dem in dieser Arbeit genutzten Verfahren geeignet. Für ein einfaches System aus zwei aneinander grenzenden unendlich ausgedehnten Bereichen aus homogenem isotropem Material sind die in der Seismologie verwendeten Reflexions- und Transmissionskoeffizienten mit den in Abschnitt 4.1 beschriebenen Interaktionskennwerten vergleichbar. Diese Koeffizienten werden auf Basis der Schallkennimpedanz Z berechnet. Die Impedanz eines Materials ergibt sich aus der Dichte ρ und der Wellengeschwindigkeit c . Für den Vergleich dieser analytischen Lösung mit dem gewählten numerischen Ansatz wird der S_0 -Mode herangezogen, da sich im unteren Frequenzbereich dessen Phasengeschwindigkeit gut mit der quasi-Longitudinalgeschwindigkeit der Platte c_L nähern lässt (siehe Abb. 3.1 auf Seite 9).

$$Z = \rho \cdot c_L \quad (4.9)$$

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (4.10)$$

Hierbei sind E und ν der E-Modul und die Querkontraktionszahl des Plattenmaterials. Nach [86] ergeben sich die Koeffizienten für Reflexion C_R und Transmission C_T zwischen Medium 1 und 2 im verlustfreien Fall zu:

$$C_R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (4.11)$$

$$C_T = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (4.12)$$

Für den Vergleich mit den aus der FEM bestimmten Interaktionskennwerten müssen diese Koeffizienten teilweise modifiziert werden. Sollte das zweite Medium eine geringere Impedanz aufweisen als das erste, ergibt sich ein negativer Reflexionskoeffizient, was eine 180° Phasenänderung anzeigt. Aus den FEM-Ergebnissen wird allerdings keine Phaseninformation entnommen, weswegen im Folgenden der Betrag von C_R verwendet wird. Damit ist ein Vergleich mit den in Abschnitt 4.1 definierten Interaktionskennwerten möglich, die auf dem Amplitudenverhältnis von ausfallenden zu einfallenden Wellen basieren.

$$I_R = |C_R| = \frac{A_R}{A_P} \quad (4.13)$$

Da der Transmissionskoeffizient keinen negativen Wert annehmen kann, ist für diesen keine Anpassung nötig.

$$I_T = C_T = \frac{A_T}{A_P} \quad (4.14)$$

Für den Vergleich zwischen analytisch und numerisch bestimmten Interaktionskennwerten wird eine Aluminiumplatte mit zwei Bereichen verwendet. Während die Materialkennwerte in der ersten Hälfte konstant sind, wird in der zweiten Hälfte die Steifigkeit variiert. In der FEM-Simulation erfolgt am äußeren Rand des ersten Bereichs eine monomodale Anregung des S_0 -Modus bei 100 kHz. Da die Unstetigkeit eine reine Materialänderung und damit symmetrisch bezüglich der Plattenmittelebene ist, kommt es nicht zur Modenkonversion und es treten nur Reflexion und Transmission auf. Die Simulationsergebnisse werden wie im vorherigen Abschnitt beschrieben ausgewertet, um die erforderlichen Amplituden zu erhalten und die Interaktionskennwerte nach Gleichungen (4.1) und (4.2) zu berechnen.

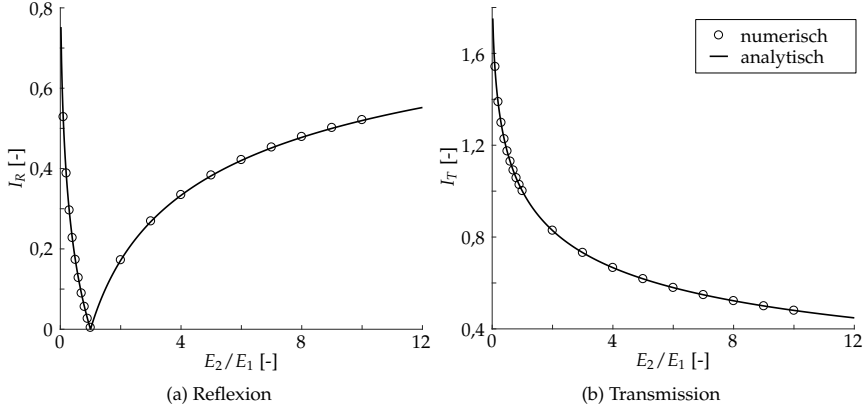


Abbildung 4.9: Vergleich von analytisch und numerisch bestimmten Interaktionskennwerten bei Variation der Steifigkeit

Wie in Abb. 4.9 zu erkennen ist, sind die numerischen Ergebnisse nahezu identisch zur analytischen Lösung. Erst bei einem hohen Steifigkeitsverhältnis weichen die Kennwerte für Reflexion minimal voneinander ab. Das gewählte Verfahren zur Berechnung der Interaktionskennwerte für den Einsatz im Minimalmodell ist damit zumindest für diesen vereinfachten Fall valide. Da analytische Lösungen für komplexere Unstetigkeiten nicht bekannt sind, ist ein Abgleich für diese nur experimentell möglich.

5 Minimalmodell zur Abbildung komplexer Geometrien

In Kapitel 4 wird entsprechend der **1. Arbeitshypothese** ein Ansatz erläutert, mit dem sich der Einfluss von Unstetigkeiten auf die Wellenausbreitung mit wenigen Kennwerten erfassen lässt. Eine solche Charakterisierung von Strukturelementen ist jedoch nur von Nutzen, wenn gleichzeitig eine Möglichkeit besteht, das reduzierte Element in bestehende Simulationsmethoden zu integrieren oder sich damit alternative Modellierungsansätze eröffnen. Ohne eine solche Möglichkeit lässt sich die **Forschungsthese** dieser Arbeit nicht bestätigen. In diesem Kapitel wird daher mit dem Minimalmodell ein neuer Ansatz zur Simulation von Plattenwellen auf Basis der reduzierten Inhomogenitäten vorgestellt. Nachdem im ersten Abschnitt der grundsätzliche Ablauf des Verfahrens erläutert wird, geht der zweite Abschnitt auf die Randbedingungen und Grenzen des Ansatzes ein. Die Ausbreitung der Lamb-Wellen in der Geometrie wird innerhalb des Minimalmodells mithilfe eines Raytracing-Algorithmus berechnet, dessen Arbeitsweise das Thema des dritten Abschnitts ist. Im letzten Abschnitt wird dargelegt, wie die beim Raytracing gewonnenen geometrischen Informationen der Wellenausbreitung in der Signalsynthese zur Berechnung von Zeitsignalen verwendet werden.

5.1 Funktionsprinzip

Die Charakterisierung der Unstetigkeiten im vorherigen Kapitel basiert auf der FEM, weswegen es plausibel erscheint, die gewonnenen Erkenntnisse zur Modellreduktion bei eben dieser Methode anzuwenden. Die übliche Herangehensweise, mit der neue Funktionen in der FEM realisiert werden, ist die Entwicklung angepasster finiter Elemente durch Veränderung der Ansatzfunktionen. Für eine Implementierung der beschriebenen Interaktionskennwerte auf diese Weise müsste jedoch zunächst ein geeigneter Ansatz bekannt sein. Alternativ ist eine vereinfachte Modellierung denkbar, indem die Freiheitsgrade des Konstruktionselements mit den Freiheitsgraden der Plattenstruktur abgebildet werden. Dafür wäre eine lokale Anpassung von Masse, Steifigkeit und eventuell Dämpfung in der Platte nötig. Das Vorgehen würde damit Reduktionstechniken wie der Guyan-Reduktion gleichen (siehe Abschnitt 3.8.1). Dabei wäre jedoch eine erneute Transformation der auf die Welleninteraktion bezogenen Kennwerte in physikalische Kenngrößen nötig. Beide Ansätze hätten den Vorteil, mit der FEM auf eine ausgereifte Methodik aufzusetzen, die gleichzeitig die Wellenausbreitung in den homogenen Plattenbereichen abbilden kann. Allerdings sind, wie in Abschnitt 3.8.2 festgestellt, FE-Modelle insbesondere bei der Abbildung großer ungestörter Flächen nicht besonders effizient, was im Widerspruch zur Modellreduktion steht. Entsprechend ist es konsequent, nicht nur die Inhomogenitäten zu vereinfachen, sondern auch eine alternative Beschreibung für die Wellenausbreitung in den ungestörten Plattenbereichen zu suchen. Diese Erkenntnis ist der Ursprung der **2. Arbeitshypothese**.

Für eine effiziente Simulation wird ein Ansatz gewählt, der die Prinzipien der geometrischen Optik und ebener Wellen zur Beschreibung der Wellenausbreitung in den plattenartigen Flugzeugstrukturen nutzt. Eine Kombination der im vorherigen Kapitel definierten Interaktionskennwerte mit einem Raytracing-Verfahren und einer Methode zur Signalsynthese erlaubt es, das Zeitsignal an einem Punkt der Struktur zu berechnen. Im Gegensatz zur FEM ist es dazu nicht erforderlich, das transiente Verhalten im gesamten Modell zu berechnen. Ebenso ist keine Diskretisierung der Struktur im klassischen Sinn erforderlich. Statt einer Unterteilung der gesamten Geometrie in etwa gleichgroße Elemente, besteht das

Modell im entwickelten Verfahren nur aus vergleichsweise wenigen Linien und Flächen. Die Flächen repräsentieren Bereiche mit homogenen Eigenschaften und werden durch die Linien begrenzt. Die Linien geben wiederum die Position von Unstetigkeiten der Struktur wieder, an denen geführte Wellen interagieren können. Abb. 5.1 zeigt exemplarisch, wie eine komplexe Struktur in ein solches zweidimensionales Modell überführt und auf Basis von Raytracing und der Signalsynthese ein Signal berechnet werden kann.

Diese starke Modellreduktion bietet ein enormes Potential zur Geschwindigkeitssteigerungen bei der Berechnung von Wellenausbreitungsvorgängen in komplexen Strukturen. Um dieses Potential zu nutzen, sind auch weitere Bestandteile des Verfahrens im Sinn einer möglichst hohen Effizienz ausgelegt. Es wird dabei angestrebt das Modell auf die Eigenschaften der Struktur zu reduzieren, die nötig sind, um die Ausbreitung von Plattenwellen abzubilden. Hieraus ergibt sich die Definition des in dieser Arbeit genutzten Begriffs *Minimalmodell*:

Ein Minimalmodell verwendet möglichst wenige Eigenschaften eines Systems, um Vorgänge in diesem System mit minimiertem Berechnungsaufwand zu simulieren.

Zu beachten ist hierbei, dass der Berechnungsaufwand der Simulation auch durch passende Programmieretechniken weiter reduziert werden kann. Der Aspekt einer möglichst effizienten Programmierung soll in dieser Arbeit jedoch nur am Rand behandelt werden. Zentrale Themen sind dagegen einzelne physikalische Effekte der Wellenausbreitung, deren vereinfachte Abbildung und Implementierung in das Modell. Durch diese Kombination verschiedener Approximationsverfahren, aus denen sich das Minimalmodell zusammensetzt, ist die erreichbare Genauigkeit des Modells schwer vorhersehbar.

Das entwickelte Berechnungsverfahren besteht aus einzelnen Prozessen, wie in Abbildung 5.2 dargestellt. Dem eigentlichen Minimalmodell sind dabei Schritte vorangestellt, mit denen erforderliche Kennwerte für die Berechnung der Wellenausbreitung bestimmt werden. Dies ist vergleichbar mit dem Pre-Processing anderer Berechnungsverfahren, bei denen beispielsweise im Fall der FEM der Aufbau und die Vernetzung des Modells stattfindet. Beim Pre-Processing des Minimalmodells ist in einem ersten Schritt die Aufteilung

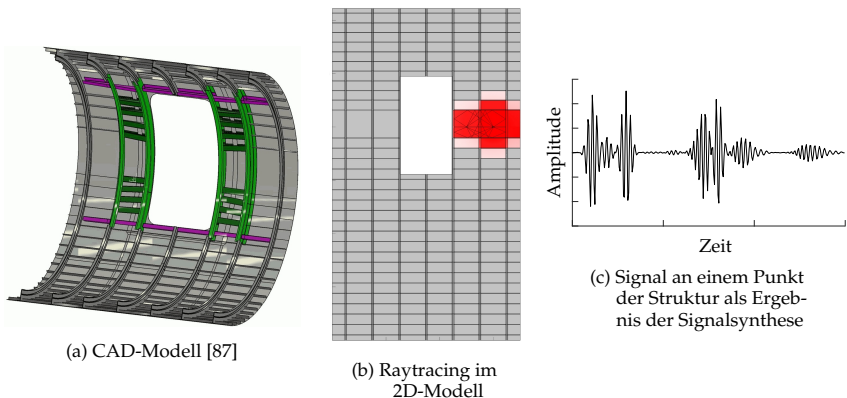


Abbildung 5.1: Modellreduktion und Signalberechnung am Beispiel einer Türumgebungsstruktur

der Bauteilgeometrie in homogene Flächen und Unstetigkeiten erforderlich. Anschließend können auf Basis der elastischen Materialkennwerte und der Geometrie des Bauteils die Interaktionsparameter der Unstetigkeiten mithilfe der FEM bestimmt werden (siehe Kapitel 4). Die Flächen zwischen den Unstetigkeiten sind über ihre Dispersionseigenschaften charakterisiert, deren Berechnung mit der Steifigkeitsmatrix-Methode (SMM) erfolgt (siehe Abschnitt 3.6 auf Seite 14). Diese beiden Schritte sind innerhalb des Gesamtprozesses am aufwändigsten, sowohl bezüglich der Modellierung als auch von der reinen Berechnungsdauer. Die so ermittelten Kennwerte können in einer Datenbank gespeichert und für identische Grundmaterialien und Inhomogenitäten wiederverwendet werden. Sind diese Daten für eine zu untersuchende Struktur bereits in einer Datenbank hinterlegt, reduziert sich das Pre-Processing auf die Modellierung und der Gesamtaufwand des Verfahrens sinkt drastisch. Mithilfe eines Raytracing-Algorithmus werden die kürzesten Pfade zwischen einem Aktor und einer Sensorposition identifiziert. Diese Pfade repräsentieren die zurückgelegten Wege der vom Aktor ausgehenden Wellenpakete. Für andere Punkte auf der Struktur, an denen die Zeitinformation gesucht wird, müssen die Wellenpfade erneut bestimmt werden. Durch die Reduktion der plattenartigen Geometrie auf ein 2D-Modell ist das Raytracing nur mit geringem Berechnungsaufwand verbunden. Das Modell besteht aus Flächen, die die Bereiche mit homogenen Eigenschaften wiedergeben. Die einzigen für die Wellenausbreitung relevanten Kennwerte dieser Flächen sind die vorher bestimmten Phasengeschwindigkeiten und gegebenenfalls Dämpfungseigenschaften. Die Ränder der Flächen stellen Unstetigkeiten dar, die als Linien abgebildet werden. Der Einfluss dieser Bereichsgrenzen auf die Wellenausbreitung ist in den in Kapitel 4 beschriebenen Interaktionskennwerten erfasst. Die sich an das Raytracing anschließende Signalsynthese nutzt die vorher gewonnenen Kennwerte und Pfade, um ein Zeitsignal an einem Punkt der Struktur zu berechnen. Die Signale entstehen aus der Überlagerung einzelner Wellenpakete, wobei Lamb-Wellen als ebene Wellen approximiert werden. Durch diese Vereinfachung benötigt auch die Signalsynthese nur geringe Rechenkapazitäten.

5.2 Annahmen, Randbedingungen und Grenzen des Modells

Mit dem Ziel einer starken Modellreduktion werden für das Minimalmodell verschiedene Annahmen getroffen, die zwar eine effiziente Berechnung ermöglichen, aber gleichzeitig die Genauigkeit des Modells und damit dessen Einsatzmöglichkeiten einschränken. Im folgenden Abschnitt sollen die getroffenen Annahmen Randbedingungen und deren Bedeutung für die Berechnung der Wellenausbreitung diskutiert werden.

Inhomogenitäten Die Aufteilung der Geometrie in einzelne Abschnitte mit jeweils homogenen Eigenschaften verbietet eine Modellierung von graduellen Änderungen in Geometrie oder Material, wie etwa kontinuierliche Dickenänderungen. Eine näherungsweise Abbildung solcher Bereiche mit einer Unterteilung in kleine Einzelflächen ist theoretisch denkbar, allerdings nicht im Sinn einer starken Modellreduktion. Effizienter wäre dagegen ein Wechsel auf eine Zeitschritt-basierte Variante des Raytracing-Algorithmus innerhalb des inhomogenen Bereiches [88]. Eine weitere Alternative ist die Homogenisierung von Flächen mit ungleichförmigen Eigenschaften. Ein Beispiel für einen Fall, in dem eine solche Homogenisierung sinnvoll und umsetzbar ist, findet sich in Abschnitt 6.3.2. CFK-Lamine werden mit Bezug auf die Wellenausbreitung als homogen angesehen, besitzen jedoch eine Mikrostruktur aus Fasern und Matrixharz. Untersuchungen haben gezeigt, dass die statistische Verteilung der Faserbündel (Rovings) ab einer bestimmten Frequenz zu sogenannter spontaner oder kontinuierlicher Modenkonzersion führt [22]. Eine direkte Abbildung solcher Effekte, die auf der Mikrostruktur basieren, ist mit dem Minimalmodell derzeit nicht

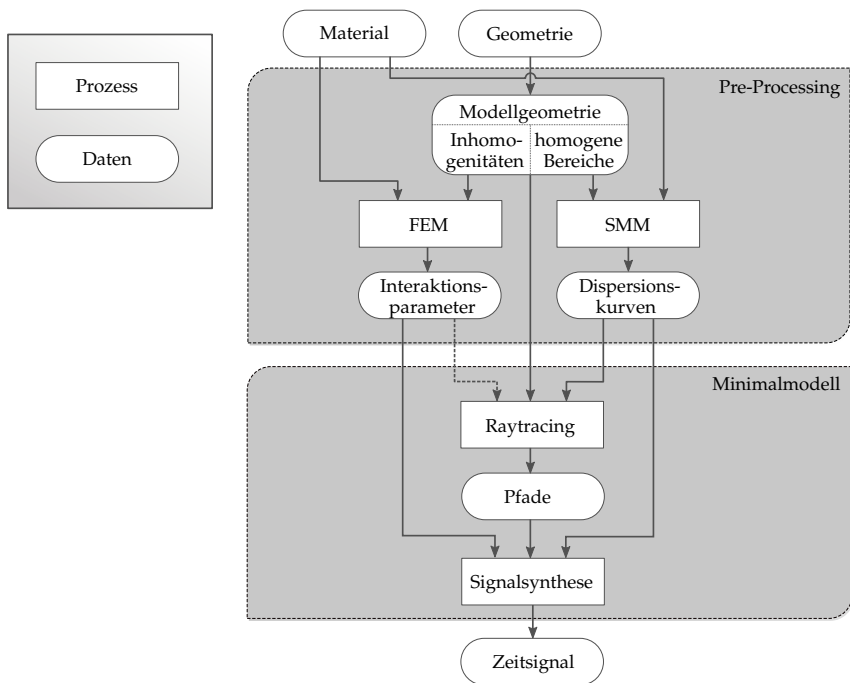


Abbildung 5.2: Ablaufplan des Minimalmodells ausgehend von bekannten Materialkennwerten und geometrischen Abmessungen

realisierbar. Eine Auswirkung flächiger Modenumwandlung ist ein Energieverlust der ursprünglich angeregten Wellenpakete des S_0 -Modes. Dieser Effekt ähnelt anderen entfernungsabhängigen Schwächungseffekten, wie Streuung und Materialdämpfung, und lässt sich folglich auf die gleiche Weise in das Minimalmodell implementieren. Das aus der flächigen Modenkonversion entstehende A_0 -Wellenfeld kann hingegen vom Minimalmodell nicht wiedergegeben werden.

Geometrie Die Berechnung der Wellenpfade mithilfe eines 2D-Modells ist nur für plattenartige Strukturen geeignet. Konstruktionselemente dürfen nicht aus der Plattenebene herausragen, da sonst alternative Ausbreitungswege für die Wellen entstehen, die im vorgestellten 2D-Modell nicht abgebildet werden können. Der Einfluss solcher Abzweigungen lässt sich nur teilweise in das Modell integrieren indem die abgeleitete Wellenenergie als Verlust in die Interaktionsparameter einfließen. Allerdings ist der vorgestellte Ansatz ohne größere Modifikationen in einem aus 2D-Flächen zusammengesetzten dreidimensionalen Modell umsetzbar, was eine Modellierung von Strukturen mit größerer geometrischer Vielfalt ermöglicht. Viele Bauteile in der Luftfahrt weisen einfache oder mehrachsige Krümmungen auf. Solche Plattenkrümmungen können nicht direkt in dem für das Raytracing verwendete 2D-Modell abgebildet werden. Praktisch betrifft dies jedoch nur mehrfach gekrümmte Bauteile, da sich einfach gekrümmte Geometrien als Abwicklung modellieren lassen. Der

Einfluss der Krümmung auf die Dispersionseigenschaften und damit die Wellenausbreitung ist erst relevant, wenn das Verhältnis des Krümmungsradius zur Plattendicke kleiner als 10:1 ist [89]. Für solche Bereiche ist es nötig angepasste Dispersionskurven zu berechnen. Dabei ist wieder relevant ob solche Änderungen der Krümmung graduell oder diskret sind, um festlegen zu können, ob eine Modellierung mit dem Minimalmodell möglich ist.

Raytracing Die Abbildung der Wellenausbreitung in der plattenartigen Struktur durch das in Abschnitt 5.3 beschriebene Raytracingverfahren basiert auf der sogenannten *high frequency approximation* [90]. Dabei wird angenommen, dass die auftretenden Wellenlängen λ klein gegenüber den kleinsten geometrischen Abmessung im Bauteil ist, also die Wellen eine hohe Frequenz besitzen. Die Genauigkeit sinkt, falls Elemente in der Struktur kleiner sind als $\lambda/2$. Bei entsprechend kleinen Abmessungen werden Effekte wie Beugung und Interferenz relevant, deren Einfluss auf die Wellenausbreitung mit dieser Theorie nicht abgebildet werden kann. Die Ausbreitung der Lamb-Wellen kann dann auf Basis der geometrischen Optik mit Strahlen angenähert werden, die normal zur Wellenfront stehen. Grundlage der geometrischen Optik ist das Fermatsche Prinzip aus dem sich vier Axiome ergeben [91]. Diese sind speziell auf Aufgaben der technischen Optik, also die Ausbreitung von Lichtstrahlen, ausgelegt. Der Ansatz, Wellen mit Strahlen zu vereinfachen, wird jedoch auch in anderen naturwissenschaftlichen Disziplinen eingesetzt. Vielfältige Anwendungen und Abwandlungen dieses Prinzips bei mechanischen Wellen finden sich beispielsweise bei der Seismologie [92–94]. Im Folgenden werden diese Axiome für die Anwendung des Raytracings auf die Ausbreitung von Lamb-Wellen angepasst.

1. Axiom: Die Strahlen zur Repräsentation der Lamb-Wellen verlaufen in homogenem Material geradlinig. Dies gilt sowohl für isotrope als auch anisotrope Materialien.
2. Axiom: An der Grenze zwischen zwei homogenen Gebieten werden Lamb-Wellen im Allgemeinen nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und nach dem Brechungsgesetz gebrochen.
3. Axiom: Der Strahlengang ist umkehrbar, die Wellenrichtung auf einem Strahl ist belanglos.
4. Axiom: Die Strahlen durchkreuzen einander, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen.

Das erste Axiom ist eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz von Strahlen zur Abstraktion geführter Wellen. Insbesondere kann damit der Weg einer Welle zwischen zwei Punkten in einem homogenen Bereich mit einer einzigen Geraden abgebildet werden, wodurch ein effizienter Algorithmus erst möglich wird. Im Gegensatz dazu ist innerhalb eines inhomogenen Mediums eine Diskretisierung des Strahlengangs nötig, um gekrümmte Ausbreitungswege abbilden zu können. Ein wichtiger Unterschied zwischen Licht oder anderen Wellenarten gegenüber Lamb-Wellen ist der Raum bzw. das Medium in dem die Ausbreitung stattfindet. In den meisten physikalischen Disziplinen ist dies ein Volumen, also ein dreidimensionaler Raum. Eine Volumengrenze ist dann gleichzusetzen mit einer Materialgrenze. Bei Plattenwellen wird das Ausbreitungsmedium dagegen häufig als zweidimensional betrachtet. Inhomogenitäten in diesem Medium können allerdings nicht nur reine Materialübergänge sein, sondern auch Änderungen in der vernachlässigten dritten

Raumrichtung. Entsprechend bezieht sich das angepasste zweite Axiom nicht nur auf die Grenze zwischen zwei Materialien, sondern bezieht auch geometrische Änderungen mit ein. Gleichzeitig wird impliziert, dass Übergänge diskret, in einem zweidimensionalen Medium also eindimensionale Linien sind. Die scheinbare Einschränkung der Interaktion der Wellen auf Reflexion und Brechung bzw. Transmission ist keine, da auch die konvertierten Moden nach den gleichen Regeln berechnet werden können. Es muss dazu beachtet werden, dass bei jeder Frequenz mehrere Phasengeschwindigkeiten für die einzelnen Moden existieren. Reflexion und Brechung lassen sich bei isotropen Materialien direkt mit dem bekannten Gesetzen berechnen. Für den Einsatz des Minimalmodells bei anisotropen Materialien ist ein angepasster Algorithmus implementiert. Eine detaillierte Beschreibung des Vorgehens folgt in Abschnitt 5.3.

Das dritte Axiom kann nahezu unverändert für das Raytracing-Verfahren übernommen werden. Bei der Berechnung der Pfade hat die Richtung der Strahlen keinen direkten Einfluss. Erst in der anschließenden Signalsynthese ist die zeitliche Abfolge der Interaktionen und damit die Richtung der Strahlen von Bedeutung. Auch das vierte Axiom trifft für Lamb-Wellen im gleichen Maß zu wie auf Lichtstrahlen. Das Axiom ist gleichzusetzen mit dem Superpositionsprinzip, das auf der Annahme eines linearen Systemverhaltens basiert. Erst damit wird es möglich den komplexen Vorgang der Wellenausbreitung in einzelne Aspekte zu unterteilen und das Endergebnis durch Überlagerung der Einzelergebnisse zu erhalten.

Signalsynthese Die Berechnung von Zeitsignalen erfolgt mithilfe der Gleichung für ebene Wellen und wird im Einzelnen in Abschnitt 5.4 beschrieben. In diese Signalsynthese fließen Informationen aus drei vorherigen Berechnungsschritten ein. Das Raytracing liefert die geometrischen Angaben des zurückgelegten Weges eines Wellenpaketes. Dazu gehören Entfernungen, Richtungen, durchquerte Materialien und die Punkte, an denen Interaktionen stattfinden. Anhand der Entfernung kann die Amplitudenreduktion durch geometrische Streuung und weiterer Schwächungseffekte berechnet werden. Die zweite Datenquelle der Signalsynthese sind die Dispersionskurven der einzelnen Plattenbereiche. Die zu verwendenden Phasengeschwindigkeiten hängen von den durchquerten Materialien, dem Frequenzspektrum des Anregungssignals und bei anisotropem Material auch von der Richtung des Strahls ab. Die letzten Größen, die in die Signalberechnung einfließen, sind die Kennwerte der Unstetigkeiten, mit denen Strahlen interagieren.

Der Ansatz der Signalsynthese auf Basis ebener Wellen entspricht den Anforderungen des Minimalmodells an eine möglichst effiziente Berechnung der Wellenausbreitung. Für isotrope Materialien ist die Abbildung eines Wellenpaketes mit einer ebenen Welle zulässig. Hier sind nur Auslenkungen in Ausbreitungsrichtung und normal zur Plattenfläche möglich. In anisotropen Materialien sind die einzelnen Schwingungskomponenten allerdings gekoppelt und tangentiale Schwingungen können auftreten [18]. Die zusätzliche tangential Komponente sorgt dafür, dass ein Wellenpaket an einem Punkt nicht mit einer einzelnen ebenen Welle beschrieben werden kann. Eine analytische Beschreibung geführter Wellen in beliebigen anisotropen Platten ist zurzeit nur in Form von Dispersionskurven möglich. Für die Abbildung der Wellenausbreitung im Zeitbereich sind dagegen bisher keine Lösungen vorhanden. Es ist anzunehmen, dass bei einer Approximation von Wellenpaketen mit ebenen Wellen die Genauigkeit des Verfahrens mit steigendem Grad der Anisotropie abnimmt. Die Auswirkungen von Anisotropie auf die Wellenausbreitung kann innerhalb der vorliegenden Arbeit nur im Ansatz gezeigt werden (siehe Abschnitt 6.2). Auf weiterführende Analysen zum Einfluss beliebiger Anisotropie wird jedoch verzichtet, da das Hauptaugenmerk dieser Arbeit auf isotropen und quasi-isotropen Materialien liegt.

Wellenmoden Bei einer Anregungsfrequenz treten prinzipiell mindestens drei Wellenmoden gleichzeitig auf. Durch eine Begrenzung der Anregungsfrequenz und die Vernachlässigung horizontaler Scherwellen, brauchen im entwickelten Modell nur der erste symmetrische und der erste antisymmetrische Mode berücksichtigt zu werden (siehe Abschnitt 3.3). Prinzipiell ist eine Erweiterung des Verfahrens um weitere Wellenmoden möglich, da deren Ausbreitungsverhalten aus den Dispersionsdiagrammen bekannt ist. Allerdings treten weitere symmetrische und antisymmetrische Moden erst bei höheren Frequenzen auf, wodurch zusätzliche Effekte für die Wellenausbreitung relevant werden können. Hierzu zählt neben stark erhöhter Materialdämpfung auch die Interaktion der Wellen mit der Mikrostruktur von Verbundmaterialien. Horizontale Scherwellen werden hingegen erst mit starker Anisotropie relevant, für die das Minimalmodell in seiner aktuellen Form nicht ausgelegt ist.

Ein weiterer Faktor, der bei anisotropem Material von Bedeutung sein kann, ist der Effekt der Fokussierung der Wellenenergie. Ausgehend von einem Aktor wird mehr Wellenenergie in die Richtungen ausgesandt, in der vermehrt die Fasern liegen. Die Energie folgt also dem Faserverlauf, wodurch in Richtung hoher Phasengeschwindigkeit auch hohe Amplituden auftreten [20, 95]. Dieser Effekt wird vorerst nicht im Minimalmodell analytisch nachgebildet, da er hauptsächlich bei stark anisotropen Materialien von Bedeutung ist. Allerdings ist es im Minimalmodell möglich, eine richtungsabhängige Amplitude für die am Aktor erzeugten Wellen zu definieren, um den Einfluss einer ungleichmäßigen Abstrahlung der Piezokeramiken abzubilden. Damit lässt sich dieser Fokussierungseffekt näherungsweise abbilden.

Amplitudenverteilung am Aktor Die Amplitude der am Aktor erzeugten Wellenpakete ist nicht nur vom Anregungssignal abhängig, das in Form seines Frequenzspektrum in die Berechnung der Signale einfließt. Insbesondere der Aktor selbst besitzt einen entscheidenden Einfluss auf die Stärke der Signale. Verschiedene Effekte sorgen für eine frequenz-, richtungs- und modenabhängige Abstrahlung der Wellenenergie. Im folgenden Abschnitt soll eine kurze Übersicht zu diesen Effekten gegeben werden und welche Bedeutung sie für das Minimalmodell haben. Detaillierte Ausführungen und weitere Quellen zu diesem Thema finden sich in [17].

Die Intensität der Anregung eines Wellenmodes hängt stark von der Korrelation zwischen der anzuregenden Wellenlänge und der Abmessung der Piezokeramik ab. Die anzuregende Wellenlänge ist hierbei die Wellenlänge eines Modes bei der gewählten Anregungsfrequenz und ist aus den Dispersionskurven bekannt. Wenn die halbe Wellenlänge eines Modes das ungerade Vielfache der Abmessung einer Piezokeramik ist, wird dieser Mode besonders stark angeregt, während bei geraden Vielfachen das Gegenteil der Fall ist. Dies gilt allerdings nur bei einer idealisierten Anbindung der Keramik an die Platte. Die Dicke der Klebschicht oder eventueller Kapselungen bestimmt, wie viel des Keramikquerschnitts effektiv Verformungen in die Platte überträgt. Nur bei runden Keramiken auf isotropem Material ist eine gleichmäßige Abstrahlung in alle Richtungen zu erwarten. Auch Eigenformen führen im Allgemeinen zu einer gerichteten Abstrahlung. Eine Ausnahme stellen Eigenformen ohne Schwingungsknoten entlang des Umfangs runder Keramiken dar. Nicht kreisförmige Keramiken oder anisotrope Plattenmaterialien haben eine richtungsabhängige Anregung zur Folge, da die Korrelation zwischen Aktorabmessung und anzuregender Wellenlänge winkelabhängig ist. Letztlich ergibt sich ein Abstrahlverhalten, das von Anregungsfrequenz, Aktorform und Dispersionseigenschaften der Platte abhängt. Da sich diese Zusammenhänge analytisch beschreiben lassen, ist deren Implementierung in das Minimalmodell prinzipiell möglich. In Hinblick auf die **Forschungsthese** und die Komplexität des Aktorverhaltens wird auf eine Modellierung jedoch verzichtet. Der Einfluss des Wandlers auf die Anregung lässt sich jedoch im Rahmen der Signalsynthese abbilden, wenn entsprechende Kenngrößen

bekannt sind (siehe Abschnitt 5.4).

Ein zweiter physikalischer Effekt mit Einfluss auf das Abstrahlverhalten von Aktoren sind die Eigenformen der Keramiken. Durch die Kopplung von elektrischen und mechanischen Eigenschaften in piezokeramischen Materialien, werden die auftretenden Eigenfrequenzen als elektromechanische Resonanzen bezeichnet. Wird ein Aktor an einem solchen Resonanzpunkt betrieben, treten starke Amplitudenüberhöhungen auf, die andere Effekte, wie den vorher erwähnten Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Aktorquerschnitt, deutlich überlagern. Während sich bei frei schwingenden Keramiken sowohl Eigenformen als auch -frequenzen gut vorhersagen lassen, ist dies beim gekoppelten System aus Aktor und Platte nur schwer möglich. Insbesondere die bereits erwähnten Koppelschichten spielen hierbei eine entscheidende Rolle, da deren Eigenschaften selten genau bekannt sind. Neben der Beeinflussung der Anregungsamplitude, kann in Abhängigkeit der Eigenform eine starke Richtwirkung der Abstrahlung beobachtet werden. Die genaue Ausrichtung der Eigenformen und damit der Richtungen, in die die Abstrahlung der Wellen verstärkt erfolgt, lässt sich insbesondere bei rotationssymmetrischen Keramiken schwer vorhersagen. Die Orientierung der Eigenformen wird bereits von kleinsten Störungen, wie beispielsweise Lötunkten, beeinflusst. Eine Übersicht zu Keramikeigenformen und deren Einfluss auf Wellenfelder findet sich in [96] und ausführliche experimentelle Ergebnisse in [26]. Eine frequenz- und richtungsabhängige Anregung kann prinzipiell in das Minimalmodell eingebracht werden. Allerdings ist, wie bereits erwähnt, die Berechnung der elektromechanischen Resonanzen und der damit einhergehenden Eigenformen nicht trivial. Speziell die Ausrichtung der Eigenform lässt sich zurzeit nicht zuverlässig vorhersagen. Aus diesem Grund wird das Amplitudenverhältnis der angeregten Moden experimentellen oder numerischen Vergleichsergebnissen entnommen. Dies betrifft ausschließlich die Amplitude der primären Moden am Aktor. Die zeitliche Änderung der Wellenpakete, insbesondere durch räumliche Ausbreitung und Interaktion mit Unstetigkeiten, bildet das Minimalmodell ab.

Diskussion Wie aus den Ausführungen in diesem Abschnitt deutlich wird, erfordert die Modellreduktion gemäß der Definition des Minimalmodells eine Vielzahl von Annahmen. Für einige der daraus folgenden Einschränkungen des Minimalmodells kann zurzeit keine Lösung angeboten werden. Insbesondere die Berechnung der Wellenausbreitung in stark anisotropen Plattenmaterialien stellt hierbei eine Herausforderung dar. Ein Teil der relevanten Einflüsse, wie richtungsabhängige Phasengeschwindigkeiten und damit eine nicht-kreisförmige Wellenausbreitung, sind im Modell enthalten. Die verwendete Methode zur Signalberechnung als Überlagerung ebener Wellen ist bei allgemeiner Anisotropie jedoch nicht mehr gültig. Allerdings ist der Aufbau von CFK-Laminaten in der Luftfahrtindustrie in der Mehrheit quasi-isotrop. Bei solchen Laminaten sind viele der Effekte, die spezifisch für Anisotropie sind, nur schwach oder gar nicht ausgebildet. Es wird daher davon ausgegangen, dass in diesen Materialien die Einflüsse der Anisotropie auf die Genauigkeit gering sind, und eine näherungsweise Vorhersage der Wellenausbreitung in komplexen Luftfahrtstrukturen nach aktuellen Fertigungsmethoden möglich ist.

5.3 Raytracing

Die Signalsynthese zur Berechnung des Zeitsignals an einem Punkt erfordert nicht nur Kenntnisse der Dispersions- und Interaktionseigenschaften eines Bauteils. Es muss anhand der Geometrie auch der zurückgelegte Weg jedes Wellenpaketes zwischen Aktor- und Sensorposition bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird im Minimalmodell ein Raytracing-Verfahren verwendet. Auf die Ursprünge und Anwendungsfelder der Raytracing-

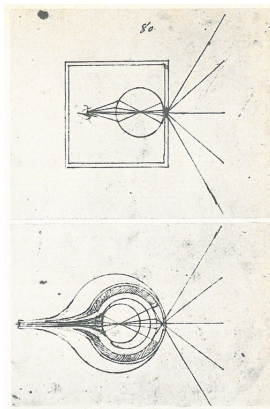
Technik wird zu Beginn dieses Abschnitts eingegangen. Das beim implementierten Raytracing-verfahren verwendete 2D-Modell und der generelle Programmablauf werden im Anschluss beschrieben. Während die Interaktionskennwerte die Amplitudenänderung an einer Unstetigkeit wiedergeben, wird die Richtungsänderung der Wellen während des Ausbreitungsvorgangs mit dem Raytracing berechnet. Zwei Abschnitte beschäftigen sich daher mit der Brechung von Strahlen an Unstetigkeiten in isotropen bzw. anisotropen Platten. Zuletzt werden einige Parameter diskutiert, die Einfluss auf die Genauigkeit und den Aufwand des Raytracing-Algorithmus haben.

5.3.1 Raytracing-Verfahren in unterschiedlichen Disziplinen

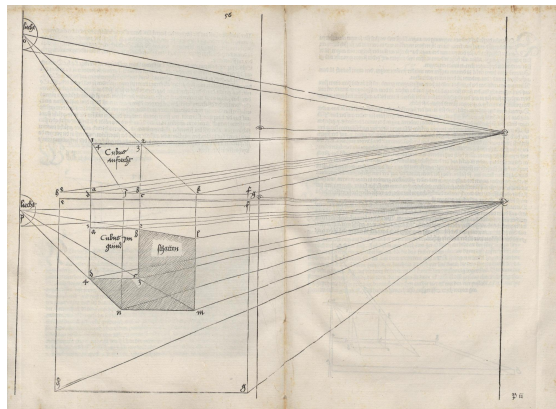
Die Abstraktion von Wellen jeglicher Art durch Strahlen ist eine intuitive und entsprechend weit verbreitete Technik. Die frühesten belegten Fälle der Abstraktion von Wellen mit Strahlen befassen sich mit optischen Phänomenen, also der Ausbreitung von Licht. Die Grundlagen der Strahlverfolgung beschreibt bereits Albrecht Dürer im 16. Jh. [97, 98]. Der Maler und Mathematiker nutzte Strahlen, um möglichst realistische Zentralprojektionen zu konstruieren (siehe Abb. 5.3b). Ein weiteres frühes Beispiel für den Einsatz von Strahlen zum Verständnis der Lichtausbreitung ist die Camera obscura oder Lochkamera. Leonardo da Vinci verglich als erster das Auge mit einer Camera obscura und versuchte dessen Funktionsweise zeichnerisch mit Strahlen zu erklären (siehe Abb. 5.3a) [99]. Doch erst mit der exakten mathematischen Beschreibung der Brechung wurde die Entwicklung komplexer optischer Systeme möglich. Auch wenn bereits Ibn Sahl im Jahr 984 das Phänomen der Brechung genau beschrieb und nach ihm weitere Gelehrte die Gesetzmäßigkeit unabhängig entdeckten, erfolgte eine weite Verbreitung dieser Erkenntnis erst durch die Veröffentlichungen von Descartes und Fermat im 17. Jh. [100–102]. Die Funktionsweise optischer Instrumente wurde in den folgenden Jahrhunderten häufig zeichnerisch mit Strahlen bestimmt, da eine rein mathematisch formelle Berechnung deutlich aufwändiger ist. Aus der Geschichte heraus ist nachvollziehbar, wieso die Optik eine Pionierrolle bei der Entwicklung des Raytracings einnimmt. Doch auch andere Disziplinen haben sich diese Technik zu eigen gemacht und individuelle Verfahren entwickelt. Der folgende Abschnitt soll einen kurzen Überblick zum Einsatz des Raytracings in wissenschaftlichen und technischen Disziplinen geben.

Es gibt viele Möglichkeiten die einzelnen Ansätze zum Raytracing zu klassifizieren. Ein Unterscheidungsmerkmal ist die Art der Unterteilung der Strahlen, die meistens vom zu durchquerenden Medium abhängt. In homogenen Medien genügt ein Strahlsegment für eine beliebig lange gerade Strecke, bis zum Kontakt mit einer Grenze des Mediums. Anwendungsbeispiel sind die Visualisierung von dreidimensionalen Computerszenen oder die räumlichen Ausbreitung von Funkwellen. In inhomogenen Medien ist dagegen eine Aufteilung in Zeitschritte notwendig, um gekrümmte Ausbreitungsstrecken abbilden zu können. Ein Beispiel hierfür ist die kontinuierliche Änderung der Luftdichte in der Atmosphäre und damit auch des Brechungsindex, der zu einer Ablenkung von Lichtstrahlen führen kann. Raytracing wird hierbei genutzt, um durch solche terrestrische Refraktion verursachte Abweichungen in astronomischen Beobachtungen zu korrigieren [103]. In optischen Systemen, wie Mikroskopen, sind die Medien homogen oder die zurückgelegten Wege des Lichts häufig vergleichsweise kurz und Einflüsse durch inhomogene Medien spielen keine nennenswerte Rolle. Entsprechend muss hier eine Veränderung des Strahlweges erst an der Grenze eines Mediums berechnet werden [104]. Luftfahrtstrukturen können als abschnittsweise homogen beschrieben werden. Material- und Geometrieübergänge bilden hierbei die Abschnittsgrenzen. Dementsprechend bieten sich auch hier eine Aufteilung des Strahlengangs anhand der Interaktionen mit Hindernissen an.

In der Funktechnik ist Raytracing eine gängige Technik zur Vorhersage der Netzabdeckung. Die Technik wird sowohl für kurze Strecken, z.B. für WLAN in Gebäuden, als auch



(a) Auge als Camera Obscura [99]



(b) Konstruktion der Zentralprojektion eines Würfels mit Schatten [97]

Abbildung 5.3: historische Skizzen zur Anwendung von Strahlen zum Verständnis optischer Probleme

bei großflächigen Netzen, z.B. bei der Platzierung von Mobilfunkmasten, verwendet [105–107]. Auch hier wird die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen mit Strahlen approximiert, die erst beim Auftreffen auf ein Hindernis ihre Richtung ändern. Die verwendete Technik wird häufig als *ray launching* bezeichnet, da eine große Zahl von Strahlen am Sender gestartet wird, um anschließend anhand der Verteilung der Strahlen die Netzabdeckung beurteilen zu können.

Raytracing und verwandte Verfahren werden nicht nur im wissenschaftlichen Bereichen eingesetzt, sondern auch als Visualisierungsverfahren für 3D-Computergrafiken. Gegenüber anderen Berechnungstechniken für räumliche Szenen ist Raytracing ein Ansatz, der an physikalische Gesetze angelehnt ist [108]. Durch die Implementierung der aus der Optik bekannten Gesetze lassen sich diffuse Beleuchtung, weiche Schatten, Transparenz und weitere Effekte realisieren, die zu einer realitätsnahen Darstellung beitragen.

Die Abstraktion mechanischer Wellen mit Strahlen ist hauptsächlich in der Geophysik verbreitet, aber auch bei akustischen Fragestellungen bekannt. Der Zweck der Berechnungen und die untersuchten Medien unterschieden sich bei beiden Gebieten stark voneinander. Die Seismologie verfolgt das Ziel den Aufbau des Erdinneren anhand des Verlaufs von Erbebenwellen zu bestimmen. Das untersuchte Medium ist nicht vollständig bekannt und soll basierend auf vereinzelter Messpunkten am Rand des Mediums nachvollzogen werden. Dazu wird der kürzeste Pfad zwischen einer Quelle und einem Messpunkt gesucht, indem der Pfad und damit das Medium variiert werden [109]. Erschwert wird eine Lösung durch den mehrschichtigen Aufbau der Erde aus inhomogenen Materialien. Ein ähnliches Anwendungsgebiet ist die Seismik, bei der Wellen angeregt werden, um die Zusammensetzung des Untergrunds zu bestimmen [110]. Dies dient beispielsweise der Erkundung von Rohstoffvorkommen oder Untergrundstudien für Bauwerke. Bei akustischen Anwendungen ist das Medium im Allgemeinen bekannt. Häufig wird die Position eines Reflektors gesucht, etwa bei Materialprüfung mit Ultraschall oder Sonaranwendungen. Die Herausforderungen bestehen hier in mehrfachen Reflexionen in Bauteilen, anisotropem Material oder sich

bewegenden Medien [111, 112].

Im Bereich der Plattenwellen findet Raytracing bisher kaum Anwendung. Lamb-Wellen eignen sich für die zerstörungsfreie Ultraschallprüfung von Platten und Rohren [113–115]. Entsprechend finden sich hier auch einige wenige Fälle in denen Raytracing genutzt wird. Strahlverfolgung wird beispielsweise für Tomographietechniken benutzt [116]. Damit ist eine Visualisierung von Schäden in Platten unter Verwendung von Lamb-Wellen möglich. Solche Untersuchungen beziehen sich hauptsächlich auf isotrope Materialien, wobei es einige wenige Versuche an anisotropen Platten gibt [117]. Das Ziel einer solchen Tomographie ist die Charakterisierung von Schäden innerhalb eines kleinen Strukturbereichs als System zur zerstörungsfreien Prüfung. Hierbei wird eine Vielzahl an Wellenpfaden über der zu untersuchenden Fläche analysiert. Bei jedem der Pfade handelt es sich um eine gerade oder leicht gekrümmte Verbindung zwischen einem Aktor und einem Sensor. Eine großflächige Ausbreitung der Wellen oder Interaktionen mit konstruktionsbedingten Unstetigkeiten sind nicht Teil entsprechender Verfahren.

Ein direkter Einsatz von Raytracingverfahren in der Forschung und Entwicklung von Lamb-Wellen-basiertem SHM ist nahezu unbekannt. Allein in der Arbeit von Ong und Chiu [118] wird ein einfacher Raytracing-Algorithmus genutzt, mit dem eine Fokussierung der Wellen auf einen zu überwachenden Ort erprobt wird. Das im Artikel genutzte Programm unterteilt die Wellenausbreitung in einzelne Zeitschritte. Die zurückgelegte Strecke eines Strahlsegments wird anhand der Gruppengeschwindigkeit berechnet, während das Brechungsverhalten bei einer Dickenänderung auf der Phasengeschwindigkeit der beiden aneinander grenzenden Plattenbereiche basiert. Begründet wird die Entscheidung zur Segmentierung der Strahlen mit dem Hinweis auf die begrenzte Größe von Bauteilen und damit, dass der Ausbreitungsvorgang der Wellen wichtig sei. Für die durchgeführten Untersuchungen zur Fokussierung der Wellenenergie ist diese Begründung allerdings nicht korrekt. Es wird nur der Strahlengang bis zu einer Bohrung gesucht und der eigentliche Prozess der Wellenausbreitung ist nicht von Interesse. Weiterhin ist in homogenem Material die Ausbreitungsrichtung der Wellen geradlinig und eine Unterteilung der Strahlen unnötig. Ein Verfahren mit durchgehenden Strahlen, die erst beim Auftreffen auf ein Hindernis ihre Richtung ändern, würde einen geringeren Berechnungsaufwand besitzen, ohne die Genauigkeit der Lösung zu verändern. Mit der begrenzten Größe des Bauteils, der geringen Menge an Strahlen und nur wenigen Variationen der Berechnung wäre der zu erwartende Geschwindigkeitsvorteil eines alternativen Verfahrens jedoch gering, da auch das verwendete Verfahren als sehr schnell beschrieben wird.

5.3.2 Aufbau des 2D-Modells

Das Modell, das dem verwendeten Raytracing-Verfahren zu Grunde liegt, ist zweidimensional. Es besteht aus Flächen mit homogenen Materialeigenschaften und Linien, die diese Flächen begrenzen. Die Linien entsprechen hierbei den Unstetigkeiten der Struktur. Im 2D-Modell werden die einzelnen Flächen mit ihren durch Geraden begrenzten Rändern als Primitive bezeichnet. Geometrisch handelt es sich um Polygone deren Geraden sich nicht kreuzen. In den meisten Fällen sind dies einfache Rechtecke, andere Formen sind jedoch möglich (Abb. 5.4a). Neben der Geometrie sind den Primitiven weitere Eigenschaften zugeordnet. Dazu gehören die Interaktionskennwerte, ein Name und die Materialnummer der eingeschlossenen Fläche. Primitive dürfen in und neben anderen Primitiven liegen (Abb. 5.4b und 5.4c). Geteilte Außenlinien sind in der aktuellen Version des Modells nicht vorgesehen, aber prinzipiell realisierbar und sinnvoll für eine freiere Geometriegestaltung. Allerdings ist dafür eine grundlegend andere Zuordnung von Flächen und Linien erforderlich. Eine solche Umstellung des Modellaufbaus ist bisher jedoch nicht erforderlich, da die in dieser Arbeit untersuchten Beispiele keine geteilten Außenlinien erfordern. Jedes

Modell besitzt als erstes Primitiv eine Grundplatte auf die das Raytracing begrenzt ist. Sich kreuzende Außenlinien sind nur zwischen der Grundplatte und übrigen Primitiven zulässig. Da die Linien der Grundplatte den Modellrand bilden, sind Bereiche der Primitive außerhalb der Platte nicht für das Raytracing relevant (Abb. 5.4d). Hiermit lassen sich Elemente auf der Platte abbilden, die bis an den Plattenrand reichen, ohne dass gemeinsame Linien erforderlich sind. Zwischen anderen Primitiven sind Überschneidungen dagegen nicht sinnvoll, da innerhalb der sich ergebenden Schnittfläche und den zugrunde liegenden Primitiven jeweils andere Eigenschaften zu erwarten sind.

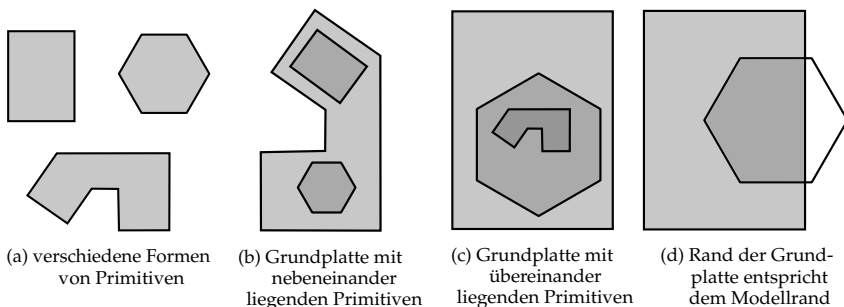


Abbildung 5.4: Primitive als Grundelemente des Raytracing-Modells

5.3.3 Ablauf des Raytracing-Verfahrens

Das Raytracingverfahren dient als Teil des Minimalmodells der Vorhersage der Wellenausbreitung in einer komplexen Struktur. Das Raytracing ist hierbei jedoch nur ein Zwischenschritt, der geometrische Informationen liefert, während die Berechnung der Zeitsignale erst in der anschließenden Signalsynthese erfolgt. Die Berechnung der Signale erfolgt immer nur für einen Punkt in der Struktur. Dies hat den Nachteil, dass für Ergebnisse an weiteren Punkten jeweils eigene Rechnungen nötig sind, aber gleichzeitig den Vorteil, dass nur die Punkte berechnet werden müssen, an denen wirklich Ergebnisse benötigt werden. In vielen anderen Verfahren, wie etwa der FEM, werden hingegen immer Ergebnisse an allen Knoten des Modells berechnet. Dies ist einer der wichtigsten Gründe für den entscheidenden Geschwindigkeitsvorteil des Minimalmodells gegenüber anderen Berechnungsmethoden. Zur Berechnung der Zeitsignale muss bekannt sein, welche Wellenpakete eine Sensorposition durchqueren und welchen Weg diese Pakete ausgehend vom Aktor durch die Struktur genommen haben. In Anlehnung an das Fermatsche Prinzip sind die relevanten Pfade zwischen Aktor und Sensor die Strecken mit der kürzesten Laufzeit. Innerhalb eines homogenen Bereiches entspricht die Strecke mit der kürzesten Laufzeit der kürzesten Verbindung zwischen zwei Punkten. Erst wenn mehrere Bereiche mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten im Modell vorhanden sind, kann an den Übergängen Brechung auftreten und ein Unterschied zwischen kürzesten und schnellsten Pfaden auftreten. Durch Reflexion sind mehrere Wege zwischen beiden Punkten möglich und es existiert nicht nur ein einzelner schnellster Pfad. Um diese Wege zu finden, werden viele Strahlen an der Aktorposition ausgesandt. Die verwendete Technik ähnelt damit den beispielsweise in der Funktechnik verwendeten *ray launching* [119]. Mit der Annahme homogener Flächen und damit geradliniger Wellenausbreitung kann der Weg eines Wellenpakets innerhalb einer Fläche mit

einem einzigen Strahlsegment beschrieben werden und eine Unterteilung der Ausbreitung in einzelne Zeitschritte ist beim Raytracing nicht nötig.

Der Kern des Raytracings ist die Verfolgung von am Akteur ausgesandten Strahlen durch die Struktur, um Pfade zum Sensor zu finden. Dabei interagieren die Strahlen an den Grenzen der Primitive, wodurch weitere Strahlen entstehen können. Der prinzipielle Ablauf ist in Abb. 5.5 dargestellt und wird im Folgenden näher erläutert.

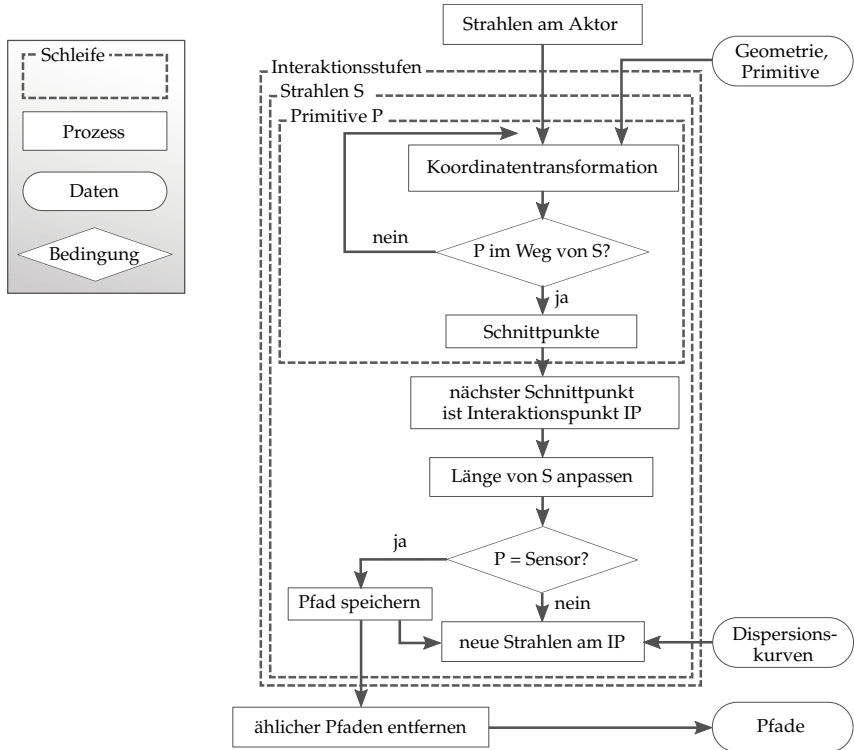


Abbildung 5.5: Ablaufplan des Raytracings

Zu Beginn des Algorithmus müssen die Strahlen definiert werden, die vom Akteur ausgehen. Für eine zuverlässige Abdeckung der untersuchten Geometrie ist eine große Zahl an Strahlen erforderlich. Genauere Erläuterungen zur Festlegung der Strahldichte folgen in Abschnitt 5.3.6. Die Definition eines Strahls erfolgt anhand kartesischer Koordinaten mit zwei Koordinatenpaaren, Ursprung und Richtungsvektor der Gerade. Über den Betrag des Richtungsvektors ist gleichzeitig die Länge des Strahls bekannt. Prinzipiell sind für die Definition der Strahlen auch Polarkoordinaten geeignet, was jedoch keinen unmittelbaren Vor- oder Nachteil gegenüber kartesischen Koordinaten hat. Da die Beschreibung der berechneten Geometrien in kartesischen Koordinaten intuitiver ist, wird hier dieses System bevorzugt. In jedem Interaktionsschritt werden Schnittpunkte für die im vorhergehenden Schritt erzeugten Strahlen gesucht. Im ersten Interaktionsschritt sind dies die Strahlen am

Aktor. Um einen Schnittpunkt zu berechnen, sind sämtliche Geraden aller Primitive mit allen Strahlen zu vergleichen. Statt Schnittpunkte des aktuellen Strahls mit den Geraden aller Primitive zu berechnen, werden zuvor alle Primitive aussortiert, die nicht auf dem Weg des Strahls liegen. Dazu erfolgt eine Koordinatentransformation von Geometrie und Strahl, so dass der Strahl parallel zur x -Achse ist. Anschließend lassen sich alle Primitive ausschließen, deren y -Koordinate komplett unter- oder oberhalb des Strahls liegen. In gleicher Weise kann anhand der x -Koordinate mit Primitiven vorgegangen werden, die nicht in Richtung des Strahls liegen. Von den anschließend bestimmten Schnittpunkten ist nur der mit der kürzesten Entfernung zum Strahlursprung relevant, da die weiter entfernten Punkte von näher liegenden Linien verdeckt werden. Bevor ein Interaktions- und damit Endpunkt bekannt ist, besitzen Strahlen eine Länge von eins. Nachdem ein Interaktionspunkt feststeht, wird die Länge entsprechend angepasst, ohne die Richtung des Strahls zu ändern. Falls es sich nicht um den letzten Interaktionsschritt handelt, erzeugt der Algorithmus neue Strahlen für den folgenden Schritt. Im Allgemeinen wird pro Mode ein reflektierter und ein transmittierter Strahl erzeugt. Hierbei bestimmen die Phasengeschwindigkeiten der beiden aneinander grenzenden Flächen, wie stark die neuen Strahlen gebrochen werden (siehe Abschnitt 5.3.4).

Liegt der Schnittpunkt auf dem Primitiv des Sensors, handelt es sich um einen der gesuchten Pfade. Durch die endliche Größe des Sensors ist es möglich, dass sich zunächst mehrere nahezu parallele Pfade zum Sensor ergeben. Diese Pfade repräsentieren das gleiche Wellenpaket und müssen auf einen Pfad reduziert werden. Dafür ist es notwendig angemessene Kriterien für die Ähnlichkeit von Pfaden festzulegen. Ein Unterscheidung mittels eines Skalars pro Pfad, etwa der Gesamtlänge oder der Orientierung des Strahls am Actor, genügt dafür nicht. Symmetrien in der Struktur oder mehrfache Reflexionen können zu einer scheinbaren Ähnlichkeit führen. Stattdessen werden, nach einer Vorauswahl anhand der Strahlsegmente, direkt die Koordinaten der einzelnen Strahlen verglichen. Die Bewertung der Ähnlichkeit zweier Koordinaten basiert auf der Sensorgeometrie. Der maximal mögliche Abstand zwischen zwei Interaktionspunkten an einem Sensor entspricht dessen größter Abmessung. Die Toleranz für ähnliche Koordinaten ist daher auf diesen Wert festgelegt. Als Ergebnis des Raytracing ergeben sich Pfade, die jeweils den Weg eines Wellenpakets vom Actor zum Sensor wiedergeben. Neben den zurückgelegten Wegen enthalten die Pfade auch Daten zu den durchquerten Primitiven und der Zugehörigkeit jedes Pfadabschnitts zu einem Wellenmode. Diese Informationen fließen in die sich anschließende Signalsynthese ein (siehe Abschnitt 5.4).

5.3.4 Brechung in isotropen Materialien

Bei einem Schnittpunkt an einem anderen Primitiv als dem Sensor, entstehen neue Strahlen in Abhängigkeit der auftretenden Moden und deren Phasengeschwindigkeiten. In isotropen Materialien kann die Richtung der neu entstehenden Strahlen, genau wie in der Optik, direkt mit dem bekannten Brechungsgesetz beschrieben werden.

$$\frac{\sin \varphi_P}{c_1} = \frac{\sin \varphi_{Ri}}{c_{1i}} = \frac{\sin \varphi_{Ti}}{c_{2i}} \quad i = 1, 2, \dots, n_M \quad (5.1)$$

Ausgangspunkt ist dabei der Einfallswinkel φ_P und die Phasengeschwindigkeit c_1 der einfallenden primären Welle im ersten Bereich. Entsprechend sind φ_R , φ_T und c_2 die Ausfallswinkel der reflektierten und transmittierten Strahlen sowie die Phasengeschwindigkeit im zweiten Bereich. Im Gegensatz zur Optik kann hier neben Transmission und Reflexion auch Modenkonversion auftreten. Dies hat zur Folge, dass für jeden der n_M Moden ein reflektiertes und ein transmittiertes Wellenpaket entstehen kann. Für den häufig genutzten unteren Frequenzbereich in dem nur A_0 - und S_0 -Mode auftreten, bedeutet dies bis zu

vier neue Wellenfronten pro Interaktion, wie in Abb. 5.6) dargestellt ist. Die Indizes der Phasengeschwindigkeit bezeichnen hierbei zuerst den Bereich und danach den Wellenmode. Austrittswinkel und mögliche Totalreflexion sind für jeden Strahl individuell zu bestimmen. Nur bei Reflexion des gleichen Modes in isotropem Material sind Ein- und Ausfallswinkel immer identisch. Bei Ausfallswinkeln von über 90° tritt Totalreflexion auf und ein zugehöriges Wellenpaket wird nicht ausgebildet.

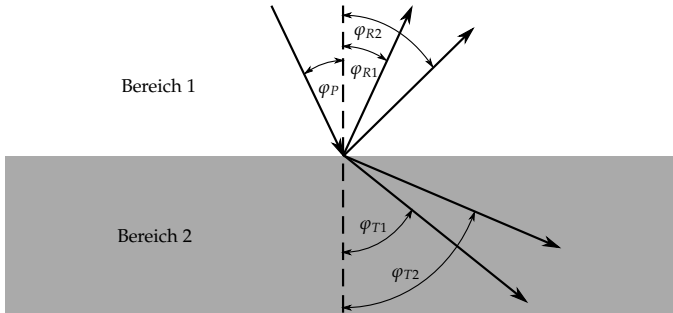


Abbildung 5.6: Brechung eines Strahls an einem Bereichsübergang bei Auftreten von Modenkonversion

Für das Raytracing bedeutet die Brechung der Strahlen an Übergängen eine größere Varianz im Pfadverlauf selbst bei einfachen Geometrien. Dies ist in Abb. 5.7 exemplarisch für ein Modell aus zwei Bereichen mit unterschiedlichen Plattendicken dargestellt. Die große Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Moden verursacht eine starke Brechung bei Modenkonversion (siehe auch Abb. 3.1 auf Seite 9). Auch für den A_0 -Mode ist aufgrund seines dispersiven Verhaltens Brechung sichtbar. Durch den geringeren Unterschied in der Phasengeschwindigkeit ist die resultierende Winkeländerung klein gegenüber der Modenkonversion. Der S_0 -Mode ist im betrachteten Frequenzbereich nur schwach dispersiv, wodurch keine sichtbare Brechung entsteht.

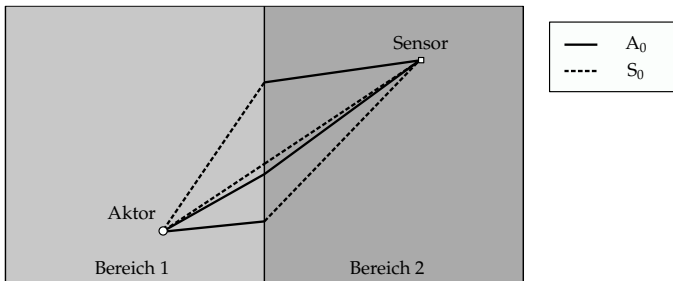


Abbildung 5.7: Auswirkung von Brechung auf die gefundenen Pfade im Raytracing

Bei den bisherigen Betrachtungen wird von einer einzigen Frequenz ausgegangen, bei der die Phasengeschwindigkeiten aus den Dispersionskurven und damit die Berechnungswinkel bestimmt werden. Eine transiente Anregung besitzt jedoch ein Frequenzspektrum, wie in

Abschnitt 3.4 auf Seite 10 erwähnt. Infolge des dispersiven Verhaltens geführter Wellen tritt eine unterschiedliche Brechung der einzelnen Frequenzanteile auf. Dies ist vergleichbar mit dem Auffächern von weißem Licht in einem Prisma [74]. Um dies im Raytracing sichtbar zu machen, werden in den folgenden Abbildungen die am Aktor erzeugten Ausgangsstrahlen durch Strahlenbündel ersetzt. In den Bündeln wird jeder Frequenzschritt des Anregungsspektrums durch einen separaten Strahl repräsentiert. Den Strahlen ist in Abhängigkeit ihrer Frequenz eine Farbe zugeordnet, wobei die Farbskala dem Farbspektrum des sichtbaren Lichts ähnelt. Im Gegensatz zum Licht basiert die Darstellung des Raytracings auf subtraktiver Farbmischung und eine Überlagerung der einzelnen Farbanteile resultiert in dunklen statt hellen Flächen.

Auf einer isotropen Platte mit zwei unterschiedlich dicken Bereichen werden Strahlenbündel in 5° Abstand zu einander vom Aktor in der linken Hälfte ausgesandt. Für eine isolierte Betrachtung der auftretenden Effekte ist die Interaktion auf Transmission inklusive Brechung und Totalreflexion beschränkt. Das dispersive Verhalten des A_0 -Modes hat ein Auffächern der Strahlen in Abb. 5.8a zur Folge, vergleichbar mit den erwähnten Dispersionsprismen in der Optik. Bei größeren Einfallswinkeln ist zusätzlich Totalreflexion an der Unstetigkeit zu beobachten. Für den S_0 -Mode tritt, wie zu erwarten, keiner dieser Effekte auf.

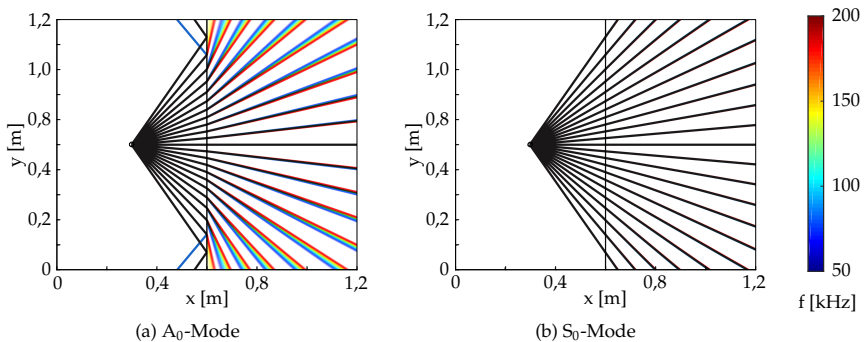


Abbildung 5.8: Brechung beim Übergang in einen dickeren Plattenbereich unter Berücksichtigung der Frequenzanteile im Anregungssignal

Für dispersive Moden und große Einfallswinkel sind deutliche Richtungsunterschiede zwischen einzelnen Frequenzanteilen eines Strahlenbündels zu erkennen. Die scheinbar gravierenden Auswirkungen dieses Effekts auf die Pfade werden durch zwei Faktoren abgemildert. Die hohe Strahldichte, mit der der Algorithmus die Pfade zwischen Aktor und Sensor sucht, sorgt durch Überlagerung für eine gleichmäßige Verteilung aller Frequenzanteile. Ein anschaulicher Vergleich aus der Optik ist die Fotografie. Trotz der wellenlängenabhängigen Brechung des Lichts in den Linsensystemen erscheinen die Bilder farbtreu. Nur in Bereichen mit hohem Kontrast ist zu erkennen, dass die Lichtstrahlen der einzelnen spektralen Anteile nicht parallel zueinander sind. In Fotos äußert sich dies in Form der sogenannten *chromatischen Aberration*. Der resultierende Farbfehler erzeugt beispielsweise rote und blaue Ränder auf beiden Seiten von dunklen Objekten. Auch in der hier verwendeten Variante des Raytracings lässt sich ein ähnlicher Effekt sichtbar machen, indem ein dichter Fächer an Strahlen statt einzelner Strahlenbündel an der Unstetigkeit gebrochen wird. Der Großteil der Fläche in Abb. 5.9a erscheint durch Überlagerung der Frequenzanteile schwarz. Die

spektrale Natur des Strahlenbündels wird erst nach der Brechung in Form roter und blauer Farbränder sichtbar. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass an einem Punkt der Struktur trotz frequenzabhängiger Brechung in den meisten Fällen alle Frequenzanteile zu erwarten sind.

Weiterhin spricht gegen eine Abbildung der einzelnen Frequenzen beim Raytracing die Wichtung der Frequenzanteile im Anregungsspektrum. Abseits der Mittenfrequenz f_0 fallen die Amplituden zu höheren und niedrigeren Frequenzen hin deutlich ab, wie im Amplitudenspektrum in Abb. 5.9c zu sehen ist (siehe auch Abschnitt 3.4). Wird dies in die Darstellung des Raytracings mit einbezogen, bildet die Mittenfrequenz den Schwerpunkt jedes Strahlenbündels und es ist nahezu kein Auffächern infolge von Brechung zu erkennen (Abb. 5.9b).

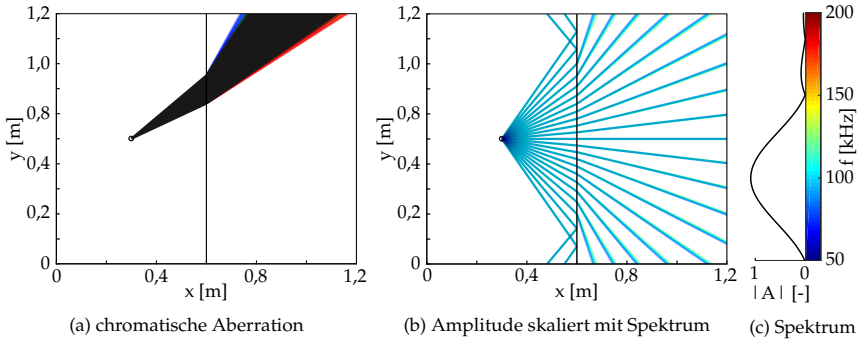


Abbildung 5.9: Brechung des A_0 -Modes beim Übergang in einen dickeren Plattenbereich unter Berücksichtigung der Frequenzanteile im 100 kHz Anregungssignal

Zusätzlich zu den genannten Punkten ist zu bedenken, dass eine spektrale Abbildung den Berechnungsaufwand um die Zahl der Frequenzschritte vervielfacht. Mit dem vergleichsweise schmalen Spektrum des Anregungssignals und der schwachen Streuung der Strahlen am Übergang ist nur ein geringer Einfluss auf die Genauigkeit des Minimalmodells zu erwarten. Daher wird, auch im Hinblick auf die Definition des Minimalmodells in Abschnitt 5.1, für das Raytracing ein Wellenpaket mit einem einzelnen Strahl approximiert. Wie bereits bei den Interaktionskennwerten, wird als zugehörige Frequenz eines Strahls die Mittenfrequenz f_0 verwendet, bei der das Spektrum die maximale Amplitude besitzt.

5.3.5 Brechung in anisotropen Materialien

Eine allgemeingültige analytische Lösung für die Bestimmung des Brechungswinkels geführter Plattenwellen am Übergang zweier anisotroper Bereiche ist nicht bekannt. Es existieren Lösungsvorschläge für einige Spezialfälle, wie der Ausbreitung von horizontalen Scherwellen in leicht anisotropen Materialien [120]. Auf Basis konvexer Langsamkeitskurven für zwei aneinander grenzende anisotrope Halbräume findet sich ein grafischer Ansatz in [121]. Auch für die Transmission akustischer Wellen durch eine Schicht aus inhomogenem anisotropem Material existieren Lösungen [122].

Ein passender Ansatz für das verwendete Raytracing konnte in der Literatur nicht identifiziert werden. Daher wird im Folgenden ein eigenes Verfahren vorgestellt. Auch in anisotropem Material gilt weiterhin das Brechungsgesetz nach Gleichung (5.1). Allerdings sind die Phasengeschwindigkeiten selbst vom Winkel ϕ der Ausbreitung abhängig. Über die Orientierung der Unstetigkeit auf der Platte können Ausbreitungsrichtung und Brechungswinkel

φ ineinander umgerechnet werden. Der Einfachheit halber wird hier angenommen, dass der Ausfallswinkel mit dem Winkel der Ausbreitungsrichtung übereinstimmt, womit $\phi = \varphi$ gilt. Weiterhin wird auf eine Unterscheidung einzelner Interaktionsarten und Wellenmoden verzichtet. Analog zur einfallenden (primären) Welle P ist der ausfallenden (sekundäre) Welle der Index S zugeordnet.

$$\sin \varphi_S = \sin \varphi_P \cdot \frac{c_S(\varphi_S)}{c_P(\varphi_P)} \quad (5.2)$$

Die Phasengeschwindigkeit der ausfallenden Wellen c_S in Abhängigkeit des Ausfallswinkels ist nicht über einen funktionalen Zusammenhang definiert. Stattdessen sind die Phasengeschwindigkeiten, wie in Abschnitt 3.6 beschrieben, als numerischer Datensatz hinterlegt, weswegen keine geschlossene Formel für φ_S angegeben werden kann. Als numerische Lösung bietet sich eine Variation des gesuchten Winkels an. Mathematisch entspricht dies einer Nullstellensuche, bei der ein Rest B minimiert wird.

$$B(\varphi_S) = \arcsin \left(\sin \varphi_P \cdot \frac{c_S(\varphi_S)}{c_P(\varphi_P)} \right) - \varphi_S \quad \text{für } B(\varphi_S) \rightarrow 0 \quad (5.3)$$

Ein effizientes Verfahren für die Nullstellensuche bei numerischen Daten ist die Bisektion. Dies setzt jedoch einen monotonen Funktionsverlauf von $B(\varphi_S)$ voraus, der nur bei Geschwindigkeitsverteilungen $c_S(\varphi_S)$ isotroper und quasi-isotroper Platten gegeben ist. Der Wertebereich des Brechungswinkels beträgt $0^\circ \leq \varphi < 90^\circ$ und entspricht dem Intervall für die erste Iteration der Bisektion. Für $\sin \varphi_P \cdot c_S(\varphi_S) / c_P(\varphi_P) > 1$ ergeben sich komplexe Werte für $B(\varphi_S)$, die bei der Nullstellensuche ausgeschlossen werden können. Ist $B(\varphi_S)$ an beiden Intervallgrenzen komplexwertig oder besitzt die gleichen Vorzeichen, findet Totalreflexion statt. Für den Fall stärkerer Anisotropie sind Verläufe von $B(\varphi_S)$ möglich, die nicht monoton sind. Das Bisektionsverfahren lässt sich nicht mehr direkt einsetzen und es können mehrere (reellwertige) Schnittpunkte existieren.

Als Beispiel für den Einfluss von Anisotropie auf das Bisektionsverfahren und damit Brechung und Strahlenverlauf wird ein Übergang von einem isotropen in einen stark anisotropen Plattenbereich analysiert. Abb. 5.10a zeigt die richtungsabhängigen Phasengeschwindigkeiten von Aluminium und einer unidirektionalen CFK-Platte. Für diese Beispielrechnung werden Platten aus beiden Materialien unter einem Winkel von 45° zusammengefügt, wobei der Materialübergang eine Unstetigkeit darstellt. Am Aktor im isotropen Bereich links unten werden Strahlen des S_0 -Modus im 5° -Schritten ausgesandt (Abb. 5.10b). Durch die 45° Neigung der Unstetigkeit kommen für die einzelnen Strahlen sehr unterschiedliche Bereiche der Geschwindigkeitsverteilung zum Tragen. Infolgedessen werden die einzelnen Strahlen am Übergang sehr unterschiedlich gebrochen und es ist keine Symmetrie beim Brechungsverhalten sichtbar.

Verläufe der Funktion $B(\varphi_S)$ sind in Abb. 5.10c für zwei unterschiedliche Ausbreitungswinkel ϕ des einfallenden Strahls dargestellt. Bei den bisher betrachteten CFK-Platten tritt innerhalb eines 90° -Intervalls nur eines der lokalen Maxima oder Minima der Geschwindigkeitsverteilungen auf. Dadurch kann die Funktion $B(\varphi_S)$ bis zu zwei Nulldurchgänge besitzen. Hiervon scheint nur der kleinere Winkel physikalisch sinnvoll. Ein Effekt ähnlich der Doppelbrechung in der Optik kann ausgeschlossen werden [74]. Hierfür müssten sich Wellenpakete aus unterschiedlich polarisierten Anteilen zusammensetzen, was in Festkörpern bei transversalen Volumenwellen vorkommt. Die Doppelbrechung solcher Wellen wird beispielsweise in der Seismologie zur Anisotropiebewertung von Gesteinen genutzt [123]. Bei Plattenwellen entsprechen die unterschiedlichen Polarisationsrichtungen den einzelnen Wellenmoden, die sich bereits getrennt voneinander ausbreiten. Aus diesem Grund ist eine

weitere Aufteilung der Wellenpakete an Bereichsübergängen ausgeschlossen. Auf weiterführende Analysen der zusätzlichen Nullstellen wurde verzichtet, da diese nur bei starker Anisotropie auftreten und sich diese Arbeit auf quasi-isotrope Laminare beschränkt (siehe 3. **Arbeitshypothese**). Infolge des beschriebenen Verlaufs der Geschwindigkeitsverteilungen ändert sich die Monotonie von $B(\varphi_S)$ innerhalb eines 90° -Intervalls nur maximal zweimal. Mithilfe einer groben Unterteilung des Intervalls lässt sich die Position der Nullstelle eingrenzen. Anschließend kann das Bisektionsverfahren auf den relevanten Intervallbereich mit monotonem Verlauf angewendet werden.

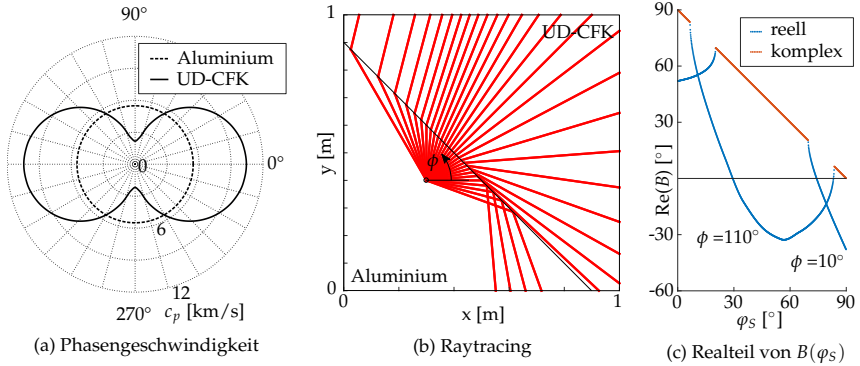


Abbildung 5.10: Brechung des S_0 -Modes beim Übergang von einer Aluminium- in eine CFK-Platte

5.3.6 Parameter des Raytracings

Im Folgenden wird anhand eines einfachen Beispiels auf einzelne Parameter eingegangen, die Einfluss auf die Effizienz und Genauigkeit des Raytracings haben. In Abb. 5.11a ist das Modell einer Platte mit zwei Versteifungselementen dargestellt. Platte, Versteifungen und Sensor sind als rechteckige Primitive modelliert. Der Aktor dient nur als Quelle der Strahlen, interagiert jedoch nicht mit diesen und ist daher auch kein Primitiv. Die isotropen Materialien innerhalb der Primitive sind in dieser Darstellung durch unterschiedliche Grautöne hervorgehoben. Beim Raytracing sind die einzigen für die Wellenausbreitung relevanten Materialkennwerte die Phasengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von Frequenz, Material, Wellenmode und Ausbreitungsrichtung. In diesem Berechnungsschritt spielen die Phasengeschwindigkeiten jedoch nur bei der Brechung an Bereichsübergängen eine Rolle und sind für die Ausbreitung innerhalb der Flächen nicht relevant. Hierfür genügen beim Raytracing die geometrischen Informationen der Struktur.

Anzahl der am Aktor erzeugten Strahlen Wie bereits in Abschnitt 5.3.3 erwähnt, ist eine hohe Strahldichte erforderlich, um größere Flächen abzudecken. Aus diesem Grund erscheinen die Strahlen in Abb. 5.11b nicht als Linien sondern als rote Farbflächen. Die Anzahl der benötigten Strahlen, um alle Pfade zum Sensor zu finden, lässt sich nur schwer vorhersagen. In den meisten Fällen ist am Aktor eine Abstrahlung über 360° erforderlich. Nur wenn in einer Richtung weder Sensoren liegen noch Reflexionen zu erwarten sind, kann dort auf Strahlen verzichtet werden. Entscheidender für die Effizienz des Raytracings

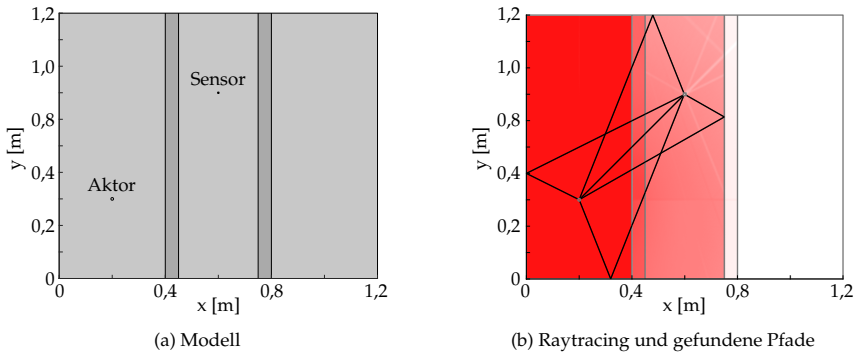
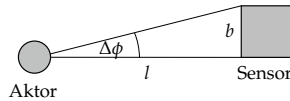


Abbildung 5.11: Raytracing in einer Platte mit zwei Versteifungen

ist allerdings der Winkelschritt zwischen den am Aktor ausgesandten Strahlen. In einer ungestörten Fläche kann anhand des Abstands zwischen Aktor und Sensor l und der kleinsten Sensorabmessung b bestimmt werden, wie groß der Winkelschritt $\Delta\phi_A$ maximal sein darf.

$$\Delta\phi_A < \arctan \frac{b}{l}$$



Ist die Differenz zwischen zwei Strahlen größer als $\Delta\phi_A$ besteht die Möglichkeit, dass kein Strahl Kontakt zum Sensor bekommt. Soll ein Signal an einer beliebigen Koordinate auf der Struktur bestimmt werden, ohne dass dort ein physischer Sensor vorhanden ist, muss im Raytracing-Modell dennoch ein Sensor als Ziel modelliert sein. In diesem Fall kann die Abmessung des Sensors frei gewählt werden und es lässt sich theoretisch durch die Wahl einer größeren Sensorabmessung die Zahl der erforderlichen Strahlen reduzieren. Da die Größe des Sensors im Gegensatz zur Strahlanzahl keinen Einfluss auf den Berechnungsaufwand hat, erscheint dies zunächst als eine einfache Methode zur Steigerung der Effizienz. Allerdings muss bei einer Erhöhung von b gleichzeitig mit einer Verringerung der Genauigkeit gerechnet werden. Die Kontaktpunkte der Strahlen am Sensor liegen immer an dessen Rand. Eine Vergrößerung der Sensorabmessungen hat damit eine Streuung der Punkte zur Folge, deren Überlagerung das Gesamtsignal bildet.

Im Gegensatz zum dargestellten Zusammenhang ist die Länge l nicht nur vom Abstand zwischen Aktor und Sensor abhängig, sondern wird durch Reflexion und Brechung der Strahlen von der gesamten Geometrie und der Anzahl der Interaktionen in der Struktur bestimmt. Zusätzlich sorgen Brechungseffekte dafür, dass sich die Winkeldifferenz benachbarter Strahlen nach einer Interaktion ändern kann. Diese beiden Faktoren machen eine genaue Festlegung des Winkelschritts *a priori* nahezu unmöglich. Letztlich ist zu erwarten, dass die Länge l ungefähr der Länge des längsten Pfades entspricht, der sich im Raytracing ergibt. In den bisher untersuchten Geometrien hat sich ein Wert für $\Delta\phi_A$ von $0,05^\circ$ bis $0,1^\circ$ als wirksam erwiesen, um alle Pfade zwischen Aktor und Sensorposition zu finden. Ein fortgeschrittenes Raytracing-Verfahren, das dieses Problem löst, ist das wavefront-oriented ray tracing [124]. Indem statt einer festen Anzahl an Startstrahlen ein minimaler Abstand benachbarter Strahlen definiert wird, lassen sich geschlossene Wellenfronten im Zeitbereich abbilden. Ziel ist hierbei häufig die Analyse des Erdinneren im Rahmen der Reflexionss-

eismik. Zu Beginn einer solchen Berechnung sind nahe der Quelle nur wenige Strahlen erforderlich. Weitere Strahlen werden während der Ausbreitung nur bei Unterschreitung des festgelegten Abstands hinzugefügt. Dieser Ansatz eignet sich insbesondere für inhomogene Medien mit wenigen Reflektoren. Bei einer größeren Anzahl an Reflektoren stellt allerdings die Kontrolle des Strahlabstands eine Herausforderung dar.

Einsatz der Interaktionskennwerte im Raytracing An Bereichsgrenzen können Strahlen reflektieren oder transmittieren. Dennoch sind die Interaktionskennwerte der Übergänge für das Raytracing nicht zwingend erforderlich, da sie auf die Wellenpfade keine Auswirkung haben. Mit der Einbeziehung der Kennwerte lässt sich allerdings die Gesamtzahl der Strahlen und damit der Berechnungsaufwand reduzieren. Im Allgemeinen reduziert sich die Amplitude eines Wellenpakets durch jede Interaktion, wodurch Wellenpakete nach einer gewissen Anzahl an Interaktionen gegenüber anderen Signalanteilen irrelevant sind. Damit brauchen beim Raytracing nur Strahlen erzeugt zu werden, die nach einer Interaktion einen definierten Grenzwert überschreiten. In praktischen Anwendungen ist der limitierende Faktor für die eindeutige Identifikation einer Information in einem Signal häufig das Signal-Rausch-Verhältnis. Durch den analytischen Charakter des Minimalmodells existiert kein Grundrauschen, das als Grenzwert dienen könnte. Allerdings lässt sich anhand der Verbindungslinie zwischen Aktor und Sensor eine zu erwartende Amplitude an der Sensorposition abschätzen. Dieser direkte Pfad weist neben der kürzesten Strecke in den meisten Fällen auch die geringste Anzahl an Interaktionen auf. Auf Basis dieses zu erwartenden stärksten Signalanteils kann ein unterer Grenzwert definiert werden. Zusätzlich zur Verringerung der Strahlanzahl ermöglicht das Einbeziehen der Interaktionskennwerte in das Raytracing eine Visualisierung der Amplitudenänderung über die einzelnen Bereiche der Platte. In Abb. 5.11b wird beispielsweise die Amplitudenreduktion infolge der Transmission in angrenzende Plattensegmente sichtbar.

Interaktionsschritte, Strahlanzahl und Effizienz des Verfahrens Als Resultat des Raytracings ergeben sich Pfade zwischen Aktor und Sensor, die die Wege der Wellenpakete innerhalb der Struktur wiedergeben. Durch die Beschränkung auf den S_0 -Mode ist die Anzahl der gefundenen Pfade in Abb. 5.11b verhältnismäßig gering. Außerdem findet keine sichtbare Brechung an den Übergängen statt, da die Phasengeschwindigkeit des S_0 -Modes in weiten Bereichen konstant ist (siehe Abb. 3.1 auf Seite 9). Ein weiterer Grund für die überschaubare Anzahl an Pfaden ist die Beschränkung auf vier Interaktionsschritte in diesem Beispiel. Beim Raytracing durchläuft ein Strahl innerhalb eines Berechnungsdurchgangs eine begrenzte Zahl an Interaktionen, inklusive Sensorkontakt, bevor er endet. Die Anzahl dieser Schritte ist von zentraler Bedeutung für die Effizienz des Algorithmus, da bei jeder Interaktion potentiell für jeden Mode zwei neue Strahlen entstehen, deren Schnittpunkte im folgenden Schritt berechnet werden müssen. Die maximale Anzahl an Strahlen n_R im aktuellen Interaktionsschritt s ist abhängig von der Anzahl der Moden n_M und der Anzahl der Winkelschritte $n_\phi = 360^\circ / \Delta\phi_A$ der am Aktor ausgesandten Strahlen.

$$n_{R_s} = n_\phi \cdot (2 \cdot n_M)^{s-1} \quad (5.4)$$

Die benötigte Berechnungszeit und der Speicherbedarf des Raytracings sind proportional zur Anzahl der Strahlen, die sich in Summe über alle Interaktionsschritte ergibt. Folglich steigt der Simulationsaufwand linear mit den Winkelschritten, jedoch exponentiell mit den Interaktionsschritten. Damit ist insbesondere die Zahl der maximal zu berechnenden Interaktionsschritte mit Sorgfalt zu wählen. Die benötigte Anzahl für eine Simulation ist abhängig von der untersuchten Struktur und den Positionen von Aktor und Sensor. Ähnlich

dem oben beschriebenen Vorgehen zur Abschätzung einer zu erwartenden Signalstärke, lässt sich auch die Anzahl der benötigten Interaktionsschritte anhand der direkten Verbindung zwischen Aktor und Sensor näherungsweise quantifizieren. Für diese Verbindung muss zusätzlich zur Anzahl der auf dem Weg liegenden Unstetigkeiten ein weiterer Schritt für die Interaktion mit dem Sensor berechnet werden. Alle darüber hinausgehenden Schritte ermöglichen alternative Pfade mit Reflexionen in der Struktur. In den bisher untersuchten Geometrien hat sich die Zahl der Unstetigkeiten auf der direkten Verbindung plus drei als ausreichende Schrittzahl erwiesen. Darüber hinausgehende Schritte liefern nur einen minimalen Beitrag zum Signal. Für eine Simulation der Platte in Abb. 5.11b sind damit fünf Interaktionsschritte empfehlenswert.

5.4 Signalsynthese

In der Signalsynthese werden ebene Wellen überlagert, um Wellenpakete abzubilden. Das Signal an einem Punkt in der Geometrie ergibt sich wiederum aus der Überlagerung der einzelnen Wellenpakete, deren Ausbreitungspfade in der Struktur das Ergebnis des vorhergehenden Raytracings sind. Die Superposition harmonischer Wellen zu einem Gesamtsignal erfordert lineares Systemverhalten. Wie bereits in Abschnitt 5.2 erwähnt, sind bei allgemeiner Anisotropie die einzelnen Auslenkungskomponenten gekoppelt und ein analytischer Ansatz zur Berechnung der Wellenausbreitung im Zeitbereich unbekannt. Eine separate Berechnung der Signalanteile für die einzelnen Schwingungskomponenten ist unter Verwendung ebener Wellen näherungsweise möglich. Hierfür müssen innerhalb der Signalsynthese einige Parameter für die interessierende Auslenkungsrichtung bekannt sein. Dazu gehören die Interaktionskennwerte der Unstetigkeiten, die Amplitudenverteilung am Aktor und gegebenenfalls Dämpfungskennwerte des Materials.

Aufgrund des verwendeten Auswerteverfahrens beschreiben die Interaktionskennwerte ausschließlich die Amplitudenänderung an den Unstetigkeiten, enthalten jedoch keine Phaseninformation. Nicht jede Interaktion hat Einfluss auf die Phase der Welle (siehe Abschnitt 4.4). Dennoch muss beim Vergleich mit Ergebnissen aus anderen Quellen im Allgemeinen mit einer Phasendiskrepanz gerechnet werden. Prinzipiell ist es möglich Phasenänderungen an Unstetigkeiten mit in die Signalsynthese zu integrieren. Dafür müssten jedoch die Interaktionskennwerte inklusive der Phaseninformationen mit alternativen - vorzugsweise analytischen - Verfahren gewonnen werden.

Für eine effiziente Berechnung von Zeitsignalen in den betrachteten Strukturen bietet sich die Lösung der Bewegungsgleichung für ebene Wellen an [85]. Wellenpakete ergeben sich durch die Überlagerung harmonischer ebener Wellen unterschiedlicher Frequenzen [125]. Mit Gleichung (5.5) können ebene Wellen in einer ungestörten Platte beschrieben werden. Das Signal $g(t)$ eines Wellenpaketes nach einer zurückgelegten Strecke q ergibt sich aus der Überlagerung von n Frequenzschritten f_k .

$$g(t) = \sum_{k=1}^n A(f_k) \cdot \exp \left(i2\pi f_k \left(\frac{q}{c_p(f_k)} - t \right) \right) \quad (5.5)$$

Die frequenzabhängige Amplitude $A(f)$ wird vom Spektrum des Anregungssignals bestimmt. Die Phasengeschwindigkeit c_p ist nicht nur von der Frequenz sondern auch von Wellenmode, Ausbreitungsrichtung und Material abhängig, was hier allerdings für eine bessere Lesbarkeit nicht in der Gleichung aufgeführt ist. Gleichung (5.5) gilt jedoch nur innerhalb eines ungestörten Plattenbereichs. Für eine Abbildung der Wellenausbreitung über Bereichsgrenzen hinaus ist eine Erweiterung um Randbedingungen und den Einfluss der Interaktionskennwerte nötig. Unter Annahme einer Gleichheit der Signale an der

Bereichsgrenze lässt sich eine Randbedingung $h(f)$ definieren.

$$h(f) = \sum_{s=1}^m \left(\frac{q^s}{c_p^s(f)} - \frac{q^s}{c_p^{s+1}(f)} \right) \quad (5.6)$$

Über die Randbedingungen fließen geometrischen Informationen zum Weg der Wellen durch die Struktur in die Signalsynthese ein. Hierbei handelt es sich um die Pfade zwischen Akteur und Sensor aus dem Raytracing. In Abb. 5.12 ist dargestellt, wie ein solcher Pfad durch Unstetigkeiten in Segmente unterteilt ist. In dieser Darstellung ist der Pfad begradigt. Die m Unstetigkeiten liegen an den Positionen q^s auf dem Pfad des Wellenpakets. Die Indizes 0 und $m+1$ bezeichnen Anfang und Ende des Pfads und damit gleichzeitig den Rand von Akteur bzw. Sensor. Jedem Pfadsegment ist ein Primitiv und darüber auch materialspezifische Dispersioneigenschaften zugeordnet. Die Phasengeschwindigkeiten c_p^s und c_p^{s+1} gehören zu den Primitiven in denen die einfallende bzw. ausfallende Welle verläuft.

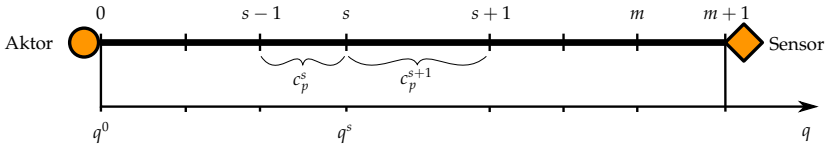


Abbildung 5.12: Aufteilung eines Pfads in Segmente durch Unstetigkeiten

Zusätzlich zu den Randbedingungen wird die Amplitude des Anregungsspektrums um den Interaktionskennwert I^s der jeweiligen Unstetigkeit s modifiziert. Damit ergibt sich eine Lösung für die Ausbreitung ebener Wellen in einer abschnittsweise homogenen Platte.

$$g(t) = \prod_{s=1}^m I^s \cdot \sum_{k=1}^n A(f_k) \exp \left(i2\pi f_k \left(\frac{q^{m+1}}{c_p^{m+1}(f_k)} - t + h(f_k) \right) \right) \quad (5.7)$$

Gleichung (5.7) ist für die Berechnung des Zeitsignals am Rand des Sensors bei der Position q^{m+1} notiert, da dies der üblichen Zielstellung des Minimalmodells entspricht. Die Gleichung ist jedoch auch dazu geeignet das zum Strahl gehörende Wellenpaket an beliebigen Punkten entlang des Pfades vom Akteur zum Sensor zu berechnen. Je nach Position sind die zurückgelegte Strecke q und die Anzahl m der Unstetigkeiten auf dieser Strecke anzupassen. Der Realteil von Gleichung (5.7) entspricht dem Zeitsignal eines Wellenpaketes an einem Punkt. Die Überlagerung aller Wellenpakete von allen Pfaden ergibt letztlich das komplette Zeitsignal.

Alternativ zum Raytracing können Pfade auch manuell festgelegt werden. Dies eignet sich insbesondere zur Abbildung einfacher Ausbreitungsstrecken und beschleunigt den Gesamtberechnungsprozess deutlich, da das Raytracing im Allgemeinen aufwändiger ist als die Signalsynthese. Dieses Vorgehen wird im Folgenden genutzt, um eine Vielzahl von Zeitsignalen entlang einer Strecke zu berechnen. Das hieraus resultierende B-Bild der Wellenausbreitung wird zur Visualisierung der Arbeitsweise des Signalsynthese-Algorithmus verwendet. Die Ausbreitung von A_0 - und S_0 -Mode in einer störungsfreien Platte beginnend beim Anregungspunkt am linken Bildrand ist in Abb. 5.13a zu sehen. Beim Plattenmaterial handelt es sich um 1 mm dickes Aluminium, dass am linken Rand mit einem Burst-Signal nach Gleichung (3.2) mit 100 kHz und drei Pulsen angeregt wird. Da keine Unstetigkeit im Modell ist, genügt für dieses Beispiel bereits Gleichung (5.5). Wie zu erwarten, zeigt der antisymmetrische Mode deutlich dispersives Verhalten, was sich über die Laufzeit in einem

Auseinanderlaufen des Wellenpakets bei gleichzeitiger Amplitudenreduktion äußert. Der symmetrische Mode verändert sich dagegen nicht, da Phasen- und Gruppengeschwindigkeit nahezu identisch sind.

Für den zweiten Bereich in Abb. 5.13b werden die Eigenschaften der rechten Hälfte des Modells verändert. In diesem Bereich sind gegenüber der linken Hälfte die Phasengeschwindigkeiten beider Wellenmoden um 40% reduziert. Infolge des Übergangs entstehen transmittierte, reflektierte und konvertierte Wellen. Hieraus wird ersichtlich, wieso in einer Struktur bereits wenige Inhomogenitäten zu einem äußerst komplexen Wellenfeld führen können. Die geringere Phasengeschwindigkeit des A_0 -Modes im zweiten Bereich äußert sich durch eine veränderte Steigung der Wellengruppe. An der Unstetigkeit wird die Energie der primären Welle auf die sekundären Wellen aufgeteilt, was in entsprechend reduzierten Amplituden resultiert. Die Signalsynthese liefert damit Ergebnisse, die vergleichbar mit denen anderer Methoden sind. Ein detaillierter Vergleich mit numerischen und experimentellen Ergebnissen folgt im nächsten Kapitel.

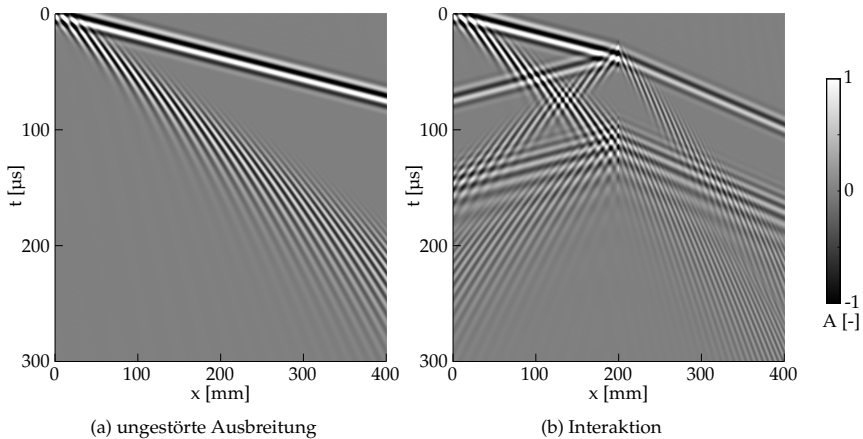


Abbildung 5.13: B-Bilder der Wellenausbreitung auf Basis der Signalsynthese

Das Ergebnis des Raytracing-Beispiels aus Abb. 5.11 sind fünf Pfade zwischen Aktor und Sensor. Mit der Signalsynthese ergibt sich für dieses Beispiel an der Sensorposition das Signal in Abb. 5.14a. Dieses ist vergleichbar mit Informationen, die mit Sensoren in einem SHM-Netzwerk, numerischen Methoden oder anderen Zeitbereichs-Verfahren an einem Punkt in der Struktur gewonnen werden können. Es handelt sich um einen reinen Amplitudenverlauf über der Zeit. In diesem Beispiel lassen sich scheinbar drei Wellenpakete erkennen. Ohne weiterführende Informationen ist jedoch eine Zuordnung zu einem Mode oder dem Ursprung der Wellenpakete nicht möglich. Die Signalsynthese erzeugt jedoch, neben dem überlagerten Gesamtsignal, auch einzelne Signale für jedes Wellenpaket. Damit wird in Abb. 5.14b ersichtlich, dass es sich um fünf Wellenpakete handelt. Neben den Amplituden sind mit dem Pfad zusätzliche Daten zu jedem Wellenpaket hinterlegt, die die zurückgelegte Strecke in der Struktur und den Wellenmode jedes Pfadsegments enthalten. Die einzelnen Wellenpakete sind farblich den Pfaden in Abb. 5.14c zugeordnet. Die Pfade drei und fünf haben identische Wellenpakete zur Folge, was durch die geometrische Ähnlichkeit der Pfade in Kombination mit dem linearen Systemverhalten verursacht wird. Dass die Reihenfolge der Strecken nicht identisch ist, hat keinen Einfluss auf das Signal, was

bereits im 3. Axiom in Abschnitt 5.2 definiert ist. Häufig ist im Sensorsignal nur ein begrenzter Zeitbereich von Interesse. Daher ist es sinnvoll, die Berechnung von Signalanteilen zu vermeiden, die außerhalb dieses Bereichs liegen. Hierfür wird die Gruppengeschwindigkeit verwendet, mit der sich näherungsweise die Laufzeit der Wellenpakete vorhersagen lässt (siehe Abschnitt 3.7).

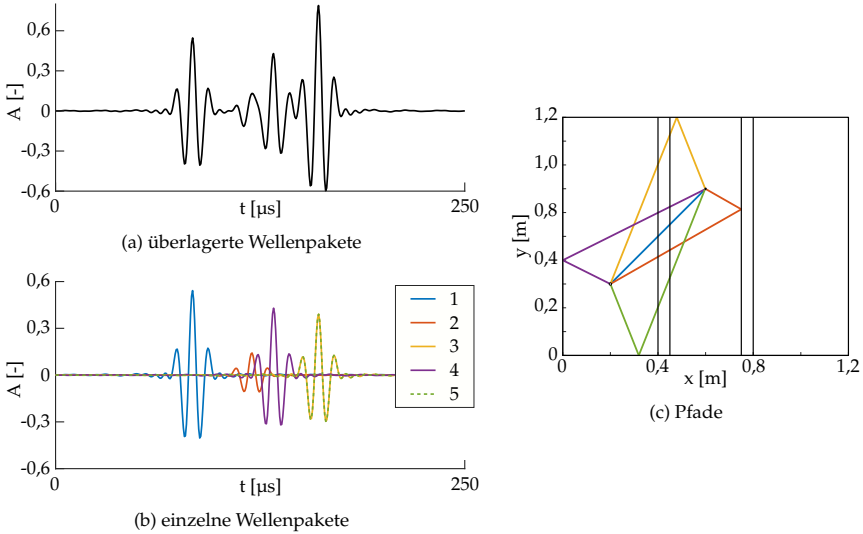


Abbildung 5.14: Zeitsignale an der Sensorposition

In die Signalsynthese können zusätzliche Effekte einbezogen werden, die sich auf die Amplitude der Wellenpakete auswirken. Im folgenden sind drei solcher Effekte aufgeführt, die von der Geometrie, dem Material und dem Aktor verursacht werden. Diese werden im Folgenden als p_1 , p_2 und p_3 bezeichnet. Diese Einflüsse variieren innerhalb des Anregungsspektrums nicht über der Frequenz. Zur Modifikation von Gleichung (5.7) genügt daher eine Multiplikation von $g(t)$ mit den benötigten Faktoren, um einzelne Einflüsse auf die Amplitude abzubilden. Vergleichbare Effekte, wie beispielsweise Energieverluste durch absorbierende Umgebungsmedien, können auf ähnliche Weise implementiert werden. Das Minimalmodell ist durch solche Modifikationsmöglichkeiten flexibel an unterschiedliche Anforderungen anpassbar.

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{q}} \quad (5.8)$$

$$p_2 = \prod_{s=1}^{m+1} \exp(-\delta^s(\phi)(q^s - q^{s-1})) \quad (5.9)$$

$$p_3 = D(\phi, Mode) \quad (5.10)$$

Der Faktor p_1 beschreibt mit der geometrischen Streuung der Wellenenergie über der Fläche einen Schwächungseffekt, der insbesondere im Nahbereich des Aktors großen Einfluss

auf die Amplitude hat. Die Amplitudenabnahme ist dabei abhängig von der zurückgelegten Strecke q ab dem Punkt der Anregung. Da dies eine rein geometrische Abhängigkeit beschreibt, ist nur die Gesamtstrecke vom Aktor bis zur Sensorposition relevant. Ein weiterer Schwächungseffekt ist die Materialdämpfung p_2 . Mit dem Dämpfungsfaktor δ lässt sich die Amplitudenänderung zwischen zwei Punkten anhand des logarithmischen Dekrements beschreiben (siehe auch Gleichung (4.7) in Abschnitt 4.2.5). Diese ist im Gegensatz zu p_1 für einzelne Strukturbereiche separat zu definieren. Entsprechend sind Informationen bezüglich der vom Wellenpaket durchquerten Plattenbereiche auf Basis des Pfads erforderlich. In Abb. 5.12 ist ersichtlich, dass die Anzahl der Pfadsegmente um eins größer ist als die Anzahl der Unstetigkeiten m . Die Positionen q^0 und q^{m+1} entsprechen der Aktor- bzw. der Sensorposition. Im Fall von anisotropen Materialien muss p_2 zusätzlich als richtungsabhängig angenommen werden. Die Dämpfung von Lamb-Wellen in CFK variiert über der Frequenz nur geringfügig. Erst ab dem hoch dispersiven Bereich des S_0 -Modes tritt eine verstärkte Dämpfung auf [21]. Dieser Bereich wird allerdings bei SHM-Verfahren im Allgemeinen vermieden. Ähnlich der Definition der Interaktionskennwerte in Abschnitt 4.1 wird daher angenommen, dass im schmalen Frequenzband der Anregung ein Dämpfungsfaktor für die Mittenfrequenz f_0 näherungsweise genügt. Der dritte Faktor p_3 beschreibt den Einfluss des Aktors auf das Wellenfeld. Aktoren besitzen immer modenselektive Eigenschaften und können unter bestimmten Umständen richtungsabhängig abstrahlen (siehe Abschnitt 5.2). Dies kann mithilfe eines einfachen Faktors D mit den entsprechenden Abhängigkeiten in das Modell eingebracht werden.

Um die Materialdämpfung in den Plattenbereichen sowie die Modenselektivität und Richtcharakteristik der Aktoren im Minimalmodell mit einzubeziehen, müssen die entsprechenden Kennwerte bekannt sein. Dämpfungsfaktoren sind in den meisten Fällen - wie auch in dieser Arbeit - das Resultat experimenteller Untersuchungen (siehe Abschnitt 6.3.3). Dagegen lässt sich der Großteil der vom Aktor verursachten Einflüsse auf die Amplitude analytisch beschreiben [17]. Eine entsprechende Erweiterung des Minimalmodells ist daher prinzipiell möglich, vorläufig wird im Bedarfsfall jedoch auch hier auf experimentell bestimmte Kennwerte zurückgegriffen (siehe Kapitel 6).

Die mit der Signalsynthese bestimmten Zusatzinformationen der Zeitsignale ermöglichen, im Vergleich zu herkömmlichen Simulationsverfahren, alternative Einsatzmöglichkeiten des Minimalmodells. Eine Anwendungsoption für das Minimalmodell ist die Unterstützung der Analyse gemessener Signale. Durch einen Vergleich von berechneten und experimentellen Signalen können Signalbestandteile zuverlässig einzelnen Wellenpaketen und Moden zugeordnet werden. Da zusätzlich die zurückgelegten Wege der Wellenpakete bekannt sind, ist im begrenzten Umfang auch eine Lokalisierung von Defekten möglich. Verändert sich ein Wellenpaket, ist eine Strukturveränderung auf dem zugehörigen Pfad zu erwarten.

6 Verifikation des Modellierungsansatzes

In diesem Kapitel erfolgt auf Basis experimenteller und numerischer Daten ein Abgleich der in dieser Arbeit behandelten Ansätze und Annahmen zur Modellierung von Wellenausbreitungsvorgängen. Im Zuge dessen soll die prinzipielle Eignung des entwickelten Minimalmodells zur Abbildung geführter Wellen überprüft und dessen Genauigkeit abgeschätzt werden. Im ersten Abschnitt werden zunächst die Randbedingungen der numerischen Simulationen und der Messungen geklärt. Es folgt eine Verifikation des in Abschnitt 3.7 vorgestellten Ansatzes zur Berechnung der Gruppengeschwindigkeit anhand flächiger Messungen auf unterschiedlichen CFK-Platten. Hierbei wird gleichzeitig der Einfluss der Anisotropie auf die Wellenausbreitung untersucht und auf die **3. Arbeitshypothese** eingegangen. Kernthema der Arbeit ist jedoch, wie in Kapitel 2 diskutiert, die Vereinfachung von Inhomogenitäten (siehe Kapitel 4) und das darauf aufbauende Minimalmodell (siehe Kapitel 5). Für den Abgleich dieses Ansatzes werden mit dem Minimalmodell berechnete Signale mit numerischen und experimentellen Ergebnissen verglichen. Die entsprechenden drei Abschnitte unterscheiden sich in der Komplexität der analysierten Strukturen, was eine Beurteilung einzelner Aspekte der Modellreduktion erlaubt.

6.1 Ziele und Parameter der Versuche

Das Minimalmodell liefert Zeitsignale an ausgewählten Punkten in der Struktur. Entsprechend ist es sinnvoll, als Referenz auf etablierte Verfahren zurückzugreifen, die ebenfalls Ergebnisse im Zeitbereich liefern. In diesem Kapitel wird daher auf transiente numerische FE-Berechnungen und Messungen mit einem Laservibrometer zurückgegriffen. Als Abgrenzung zur numerischen Simulation werden die Ergebnisse des Minimalmodells im Folgenden als *analytisch* bezeichnet, obwohl eine solche Einordnung nicht unproblematisch ist, wie bereits im letzten Absatz von Abschnitt 3.8.2 diskutiert.

Anregung Die Anregung erfolgt bei allen drei Verfahren mit identischen Burst-Signalen anhand Gleichung (3.2) auf Seite 11 mit drei Pulsen bei einer Mittenfrequenz von 100 kHz. Bei dieser Frequenz wird für die transiente FE-Simulation eine Zeitschrittweite von $0,2\ \mu\text{s}$ und eine Simulationszeit von $300\ \mu\text{s}$ gewählt, womit sich 1500 Berechnungsschritte ergeben. Die maximale Elementlänge der Hexaeder ist auf 2 mm festgelegt. Weitere Simulationsparameter und der prinzipielle Modellaufbau sind in Abschnitt 4.2 beschrieben.

Im FE-Modell und den experimentellen Untersuchungen werden zur Anregung runde Piezokeramiken genutzt. Diese besitzen einen Durchmesser von 10 mm bei einer Dicke von 0,2 mm und bestehen aus dem Material PIC255 dessen Materialkennwerte für die FE-Simulation in Tabelle A.2 aufgeführt sind. Im Minimalmodell werden Aktoren nicht direkt nachgebildet, sondern nur die Amplitude der Moden bei der Anregung anhand experimenteller Daten in ein korrektes Verhältnis gesetzt. Hierdurch wird der Einfluss der Wandler auf die Amplitude der angeregten Wellenpakete bei einer bestimmten Anregungsfrequenz abgebildet (siehe Gleichung (5.10) in Abschnitt 5.4).

Material und Aufbau der Platten Die **Forschungsthese** dieser Arbeit bezieht sich auf die Vereinfachung von Unstetigkeiten der Struktur zum Zweck der Modellreduktion. Ein bedeutender Aspekt dieses Kapitels ist daher der Abgleich des entwickelten Simulationsansatzes

an Geometrien mit Unstetigkeiten. Dem voraus geht jedoch eine Analyse von Ausbreitungsvorgängen auf Platten ohne Unstetigkeiten. Anhand von Wellenfeldern auf quasi-isotropen und stark anisotropen Laminaten wird der Ansatz zur Berechnung der Gruppengeschwindigkeit validiert und gleichzeitig die 3. **Arbeitshypothese** überprüft. Der anschließende Abgleich des Minimalmodells erfolgt in drei Schritten mit jeweils unterschiedlichen Platten. Auch hier wird mit einer störungsfreien Platte begonnen, jedoch Aluminium als Plattenmaterial genutzt, um die prinzipielle Eignung des Minimalmodells zur Wiedergabe von Lamb-Wellen zu prüfen. Als zweiter Schritt folgt ein Vergleich von Ergebnissen auf einer Aluminiumplatte mit einem eingefrästen inhomogenen Bereich. Hierbei sind insbesondere zwei Aspekte mit Bezug zur Interaktion mit Unstetigkeiten von Interesse; die Abbildung der sekundären Wellenpakete mit der Signalsynthese und die Amplitudenanpassung auf Basis der Interaktionskennwerte. Im letzten Schritt wird die Komplexität der Berechnung durch die Verwendung einer quasi-isotropen CFK-Platte erhöht, die eine Dickenänderung als Unstetigkeit besitzt. Die Kennwerte aller eingesetzten Materialien und der Laminataufbau der verwendeten CFK-Platten finden sich in Anhang A. Um Effekte unabhängig und im Detail untersuchen zu können, sind die einzelnen Geometrien möglichst einfach aufgebaut. Plattengeometrien und Versuchsparameter, die spezifisch für die Geometrien sind, werden im zugehörigen Abschnitt beschrieben.

Experimentelle Datenerfassung Die Messung mit dem Laservibrometer erfolgt auf der Unterseite der Platten, da die Aktoren und deren Verkabelung auf der Oberseite die Datenerfassung stören. Für eine gute Signalqualität ist es erforderlich die zu vermessende Oberfläche mit einer Retroreflexfolie zu beschichten. Vermessen wird jeweils die gesamte Platte, wobei die Messpunkte auf einem quadratischen 2 mm-Raster liegen. Dies resultiert in 128 331 Messpunkten für jede Platte. Mit einer Abtastfrequenz von 3,4 MHz und 3000 Zeitschritten ergeben sich Signale mit einer Länge von etwa 882 μ s. In der Standardkonfiguration befindet sich das Laservibrometer senkrecht über der Plattenmitte und es wird die out-of-plane-Komponente der Verformung gemessen. Durch eine Messung desselben Wellenfeldes aus drei unterschiedlichen Richtungen lassen sich näherungsweise alle drei Auslenkungskomponenten berechnen. Detaillierte Ausführungen zur flächigen Messung mit dem Laservibrometer und den Versuchsparametern finden sich in [19].

Datengenerierung Zur Verifikation des Berechnungsansatzes für die Gruppengeschwindigkeit werden Wellenfronten bestimmt, die die flächige Ausbreitung der Wellen bei punktförmiger Anregung wiedergeben. Diese Wellenfronten werden mit gemessenen Wellenfeldern von fünf störungsfreien CFK-Platten verglichen. Der jeweilige Zeitpunkt dieser Momentaufnahmen ist dabei so gewählt, dass sich die auftretenden Wellen möglichst weit ausbreiten können ohne mit den Plattenrändern zu interagieren.

Für den Abgleich der Zeitsignale des Minimalmodells werden insgesamt drei Plattenkonfigurationen genutzt, die sich in Material und Unstetigkeiten unterscheiden. Auf zwei Aluminiumplatten werden für eine Beurteilung kontinuierlicher Wellenausbreitungsvorgänge Signale entlang einer definierten Strecke erzeugt. Damit ergeben sich B-Bilder auf Basis experimenteller, numerischer und analytischer Daten. Im Minimalmodell erfolgt die Berechnung der Zeitsignale mit der Signalsynthese, die Zeitsignale auf Basis ebener Wellen approximiert (siehe Abschnitt 5.4). Bei der Berechnung von Signalen entlang einer geraden Strecke kann auf den Einsatz des Raytracings verzichtet werden, was den Berechnungsvorgang beschleunigt. Auf der CFK-Platte werden dagegen Signale an verteilten Punkten auf der Platte verglichen und das komplette Minimalmodell ist erforderlich. Wie bereits in Abschnitt 4.2.4 geschrieben, erfolgt keine FE-Simulation der Wellenausbreitung in Laminaten. Daher beschränkt sich der Vergleich bei der CFK-Platte auf analytische und experimentelle

Ergebnisse.

Datenaufbereitung Bei den Mess- und FEM-Ergebnissen werden unerwünschte Störungen im Signal, wie beispielsweise Rauschen, mit einem inversen Tschebyscheff-Filter reduziert. Dessen Grenzfrequenzen liegen bei der doppelten und halben Mittenfrequenz der Anregung. Eine Konsequenz solcher Filterprozesse ist eine frequenzabhängige Phasenverschiebung, die einen Abgleich mit anderen Signalen erschwert. Diese lässt sich bei einem Zeitsignal vermeiden, indem es zwei mal mit halber Ordnung gefiltert wird, wobei das Signal für einen der Filtervorgänge in seiner Reihenfolge umgekehrt wird. Bei den Ergebnissen der Signalsynthese entfallen solche Nachbearbeitungsschritte, da das Spektrum des Anregungssignals direkt entsprechend der Grenzfrequenzen beschnitten ist (siehe Abschnitt 3.4). Bei allen drei Verfahren gibt es einen individuellen Versatz zwischen Signal- und Anregungsbeginn. Die Ergebnisse von Messung und FEM sind entsprechend auf der Zeitachse verschoben und an die des Minimalmodells angepasst.

Bemerkung zum analytischen und numerischen Berechnungsaufwand Um einen Eindruck zum Berechnungsaufwand des entwickelten Simulationsansatzes im Vergleich zur FEM zu erhalten, werden in den entsprechenden Abschnitten die Dauer der einzelnen Berechnungen und der Speicherbedarf aufgeführt. Solche Zahlen sind aus unterschiedlichen Gründen nur bedingt als Vergleichsinstrument geeignet. Insbesondere Berechnungszeiten variieren deutlich mit der eingesetzten Hardware. Obwohl dies prinzipiell für beide Verfahren gilt, bedeutet dies nicht zwangsweise, dass die Verfahren in gleicher Weise mit der Hardware skalieren. Beispielsweise sind die Lösungsverfahren der FEM in vielen Fällen auf eine Nutzung mehrerer Prozessoren ausgelegt. Bei der dem Minimalmodell zugrunde liegenden Software *Matlab* in der Version R2016b ist dies nur bei ausgewählten Subroutinen gegeben und erfordert andernfalls speziell angepasste Algorithmen zur Parallelisierung. Bei der FEM ist die Berechnungsdauer zusätzlich vom Lösungsverfahren, dem verwendeten Softwarepaket und der Softwareversion abhängig. Bei einer transienten Simulation steigt die Berechnungsdauer zusätzlich linear mit der Zahl der Zeitschritte. Ein stabilerer Indikator für die Komplexität einer FE-Berechnung ist dagegen die Anzahl der Freiheitsgrade des Modells, die direkt proportional zum Speicherbedarf der Simulation ist. Auch für das Minimalmodell können Berechnungszeit und Speicherbedarf als Kriterien für den Aufwand der Berechnung herangezogen werden. Einfluss hat hierbei unter anderem die zugrunde liegende Software *Matlab*. Gleichzeitig wird die Geschwindigkeit maßgeblich durch die Programmstruktur bestimmt, die bisher nur in einem geringen Maß optimiert ist. Zusätzlich ist zu beachten, dass die Schritte innerhalb des Pre-Processing einen zusätzlichen Aufwand darstellen, der sich nur schwer beziffern lässt (siehe Abschnitt 5.1). Diese vorangestellten Schritte sind allerdings nur erforderlich, falls die Eigenschaften der zu untersuchenden Struktur oder einzelner Komponenten nicht bereits in einer Datenbank hinterlegt sind.

6.2 Gruppengeschwindigkeit in anisotropen Laminaten

In Abschnitt 3.7 wird ein Ansatz zur Berechnung der richtungsabhängigen Gruppengeschwindigkeit in beliebigen Laminaten vorgestellt. Die damit bestimmbareren Wellenfronten sollten die Wellenausbreitung in homogenen Platten wiedergeben können. Zur Validierung dieses Ansatzes werden im Folgenden die berechneten Wellenfronten mit experimentell erfassten Wellenfeldern auf den störungsfreien CFK-Platten CFK01, CFK02, CFK03, CFK04 und CFK10 verglichen. Darauf aufbauend erfolgt anschließend eine Beurteilung des Einflusses der Anisotropie auf die Wellenausbreitung, indem die Richtungen von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit gegenübergestellt werden. Hierbei wird zusätzlich zu den fünf Platten die rechte Hälfte der Platte CFK06 analysiert, da diese in Abschnitt 6.3.3 genutzt wird. Die einzelnen Platten weisen dabei unterschiedlich starke Anisotropie auf, wobei drei der sechs in Tabelle 6.1 gelisteten Lamine quasi-isotrop aufgebaut sind. Im Zuge dessen kann auf die in der **3. Arbeitshypothese** angenommene Begrenzung eingegangen werden, die für das Minimalmodell quasi-isotrope Materialien einbezieht bzw. allgemeine Anisotropie ausschließt.

Bezeichnung	Laminataufbau	Bemerkung
CFK01	$[-45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ]_s$	quasi-isotrop
CFK02	$[0^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]_s$	
CFK03	$[0^\circ \ -60^\circ \ 0^\circ \ 60^\circ]_s$	
CFK04	$[0^\circ \ 30^\circ \ 0^\circ \ -30^\circ]_s$	
CFK06 (rechts)	$[-45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ]_{2s}$	quasi-isotrop
CFK10	$[-45^\circ \ 90^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ]_s$	quasi-isotrop

Tabelle 6.1: CFK-Platten mit quasi-isotropem und stärker anisotropem Laminataufbau

6.2.1 Wellenfronten

Für den Abgleich des Ansatzes zur Berechnung der Gruppengeschwindigkeit werden Wellenfronten, wie in Abschnitt 3.7 beschrieben, berechnet und über experimentell erfasste Momentaufnahmen der Wellenausbreitung gelegt. Die Laservibrometer-Messung erfolgt senkrecht zur Plattenoberfläche, womit die erfassten Amplituden die out-of-plane-Auslenkung wiedergeben. Um die Koordinaten der Wellenfront zu erhalten, wird die berechnete Gruppengeschwindigkeit mit der Laufzeit der Welle multipliziert. Da in den Versuchen die Anregung des Aktors und der Messbeginn um etwa $10 \mu\text{s}$ zueinander zeitverzögert sind, ist die Laufzeit nicht identisch mit dem angegebenen Zeitpunkt der jeweiligen Momentaufnahme des Wellenfeldes. Für die Validierung sind die Laufzeiten der analytisch bestimmten Wellenfronten entsprechend reduziert.

Anhand der Abb. 6.1 bis 6.5 lässt sich feststellen, dass die berechneten Wellenfronten sehr gut zu den gemessenen Wellenfeldern passen. Geringe Abweichungen sind speziell für den A_0 -Mode zu erkennen, insbesondere bei der Platte CFK03 in Abb. 6.2. Hierbei handelt es sich allerdings um scheinbare Abweichungen, da sich in den gemessenen Wellenfeldern die Wellenfront der Gruppengeschwindigkeit nicht direkt optisch abzeichnet. Die sichtbaren Linien in den Wellenfeldern entsprechen Halbschwingungen gleicher Phase. Deren Verläufe folgen also der Phasengeschwindigkeit, während die berechneten Wellenfronten auf der Gruppengeschwindigkeit basieren. Der Unterschied in den Verläufen von Phase und Gruppe ist gut an der äußeren Grenze des A_0 -Modes bei den Platten CFK01, CFK03 und CFK04 erkennbar. Bei diesen wird der Rand des kurzwelligen Bereichs nicht durch eine Front gleicher Phase begrenzt. Im Gegensatz dazu erscheint beim S_0 -Mode die vordere Wellenfront in den meisten Fällen als geschlossen. Unter Beachtung des Unterschieds

zwischen Gruppe und Phase ist zu erkennen, dass die berechneten Wellenfronten einen gleichmäßigen Abstand zum Rand der jeweiligen Wellengruppe besitzen und somit der Gruppengeschwindigkeit folgen.

Bemerkenswert ist die Sichtbarkeit des SH-Modes bei Platten mit stark gerichteten Eigenschaften, wie CFK02 und CFK04. Von isotropen Materialien ist bekannt, dass horizontale Scherwellen keine out-of-plane-Auslenkung besitzen. Dieser Wellentyp ist daher im Normalfall mit Ultraschall oder den üblicherweise verwendeten Laservibrometern, die senkrecht zur Plattenoberfläche messen, nicht erfassbar. In anisotropen Laminaten sind die Lösungen der Bewegungsgleichung für Lamb-Wellen und horizontalen Scherwellen gekoppelt und alle Moden können Schwingungskomponenten in allen drei Raumrichtungen aufweisen [126]. Relevant ist dieser theoretische Zusammenhang jedoch offensichtlich erst bei Laminaten mit ausgeprägter Anisotropie. In den CFK-Platten mit quasi-isotropem Laminataufbau CFK01 und CFK10 sind die Verläufe der Wellenfronten nahezu kreisförmig und SH-Wellen mit der Messung per Laservibrometer nicht zu erkennen. Somit scheint die häufig getroffene Vereinfachung horizontale Scherwellen bei SHM-Verfahren zu vernachlässigen, nicht nur bei isotropen sondern auch bei quasi-isotropen Platten zulässig zu sein.

6.2.2 Richtungsdivergenz zwischen Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

In der Signalsynthese wird das Zeitsignal an einem Punkt aus der Überlagerung ebener Wellen bestimmt, deren Ausbreitungsrichtung der Phasengeschwindigkeit folgt (siehe Abschnitt 5.4). Zusätzlich wird in der **3. Arbeitshypothese** angenommen, dass mit dem Minimalmodell auch eine Abbildung quasi-isotroper Platten möglich ist. Allerdings sind, wie in Abschnitt 3.7 diskutiert, die Richtung der Phasen- und der Gruppengeschwindigkeit nur

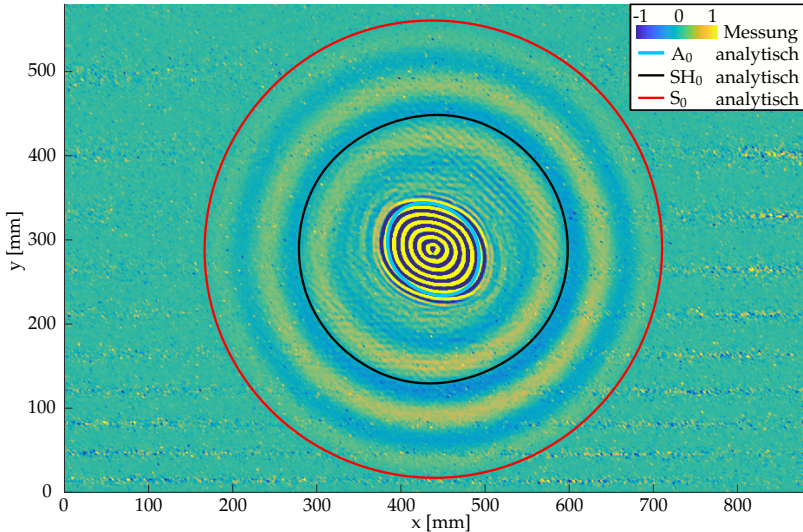


Abbildung 6.1: Gemessenes Wellenfeld auf der quasi-isotropen Platte CFK01 nach $55 \mu\text{s}$ bei Anregung in der Plattenmitte mit einer Frequenz von $f=100 \text{ kHz}$ überlagert mit analytisch bestimmten Wellenfronten

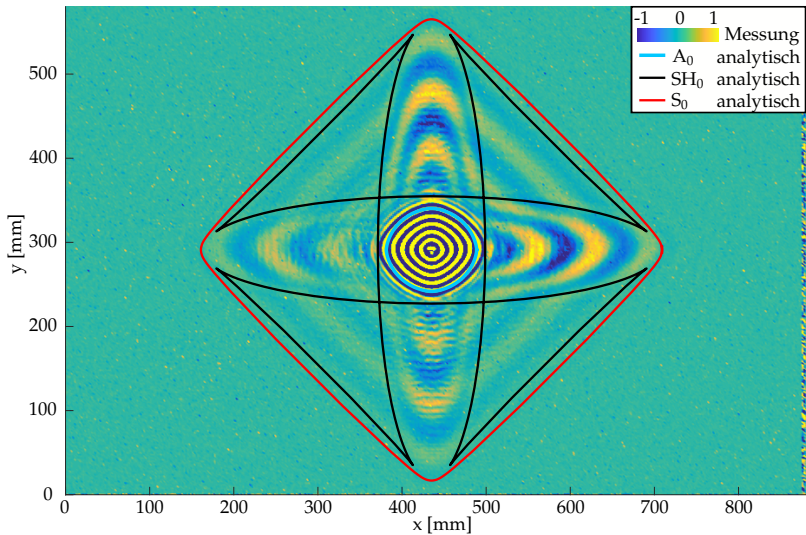


Abbildung 6.2: Gemessenes Wellenfeld auf der stark anisotropen Platte CFK02 nach 50 µs bei Anregung in der Plattenmitte mit einer Frequenz von $f=100$ kHz überlagert mit analytisch bestimmten Wellenfronten

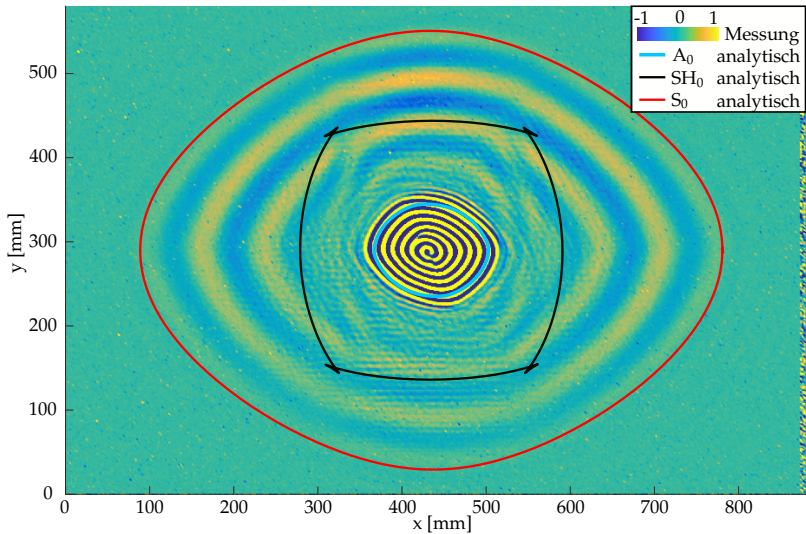


Abbildung 6.3: Gemessenes Wellenfeld auf der stark anisotropen Platte CFK03 nach 60 µs bei Anregung in der Plattenmitte mit einer Frequenz von $f=100$ kHz überlagert mit analytisch bestimmten Wellenfronten

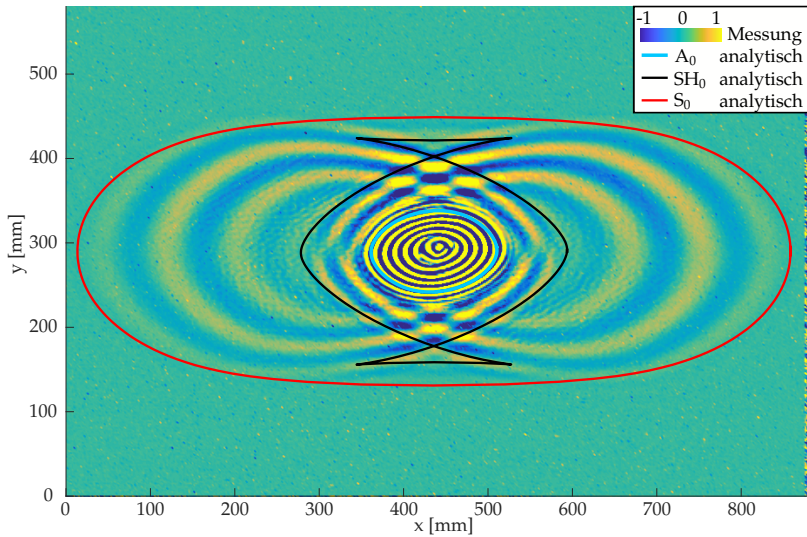


Abbildung 6.4: Gemessenes Wellenfeld auf der stark anisotropen Platte CFK04 nach $60 \mu s$ bei Anregung in der Plattenmitte mit einer Frequenz von $f=100 \text{ kHz}$ überlagert mit analytisch bestimmten Wellenfronten

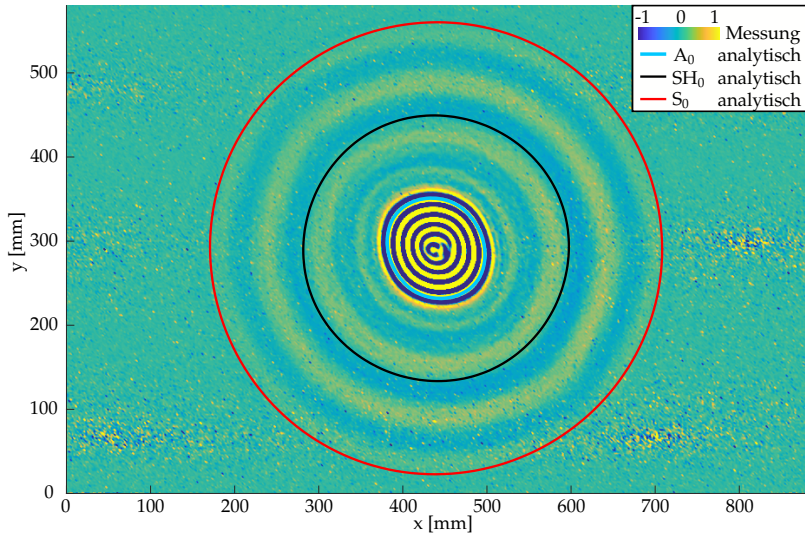


Abbildung 6.5: Gemessenes Wellenfeld auf der quasi-isotropen Platte CFK10 nach $55 \mu s$ bei Anregung in der Plattenmitte mit einer Frequenz von $f=100 \text{ kHz}$ überlagert mit analytisch bestimmten Wellenfronten

in Materialien mit isotropen Eigenschaften identisch. Quasi-isotrope Platten verhalten sich jedoch ausschließlich makroskopisch und bei einachsiger Belastung richtungsunabhängig. Mit Bezug auf die Ausbreitung von Lamb-Wellen können sie dagegen als schwach anisotrop beschrieben werden. Um den Einfluss der Anisotropie auf die Richtung der Gruppengeschwindigkeit zu analysieren, wird im Folgenden die Winkeldifferenz $\Delta\phi$ zwischen den Richtungen von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit verwendet.

$$\Delta\phi = \phi(c_g) - \phi(c_p) \quad (6.1)$$

Eine Quantifizierung für die einzelnen Platten und Moden erfolgt anhand der Standardabweichung $\overline{\Delta\phi}$ über die n Winkelschritte in die der Vollkreis aufgeteilt ist. Infolge der drehsymmetrischen Materialeigenschaften in der Plattenebene ist der Mittelwert von $\Delta\phi$ Null und die Standardabweichung ist identisch mit dem quadratischen Mittel.

$$\overline{\Delta\phi} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta\phi_i^2} \quad (6.2)$$

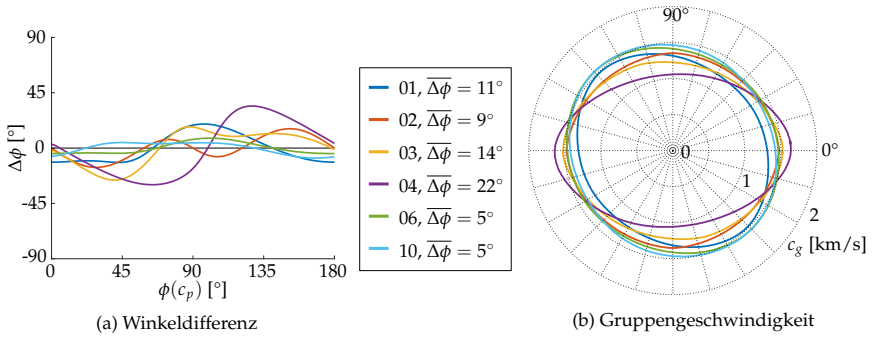
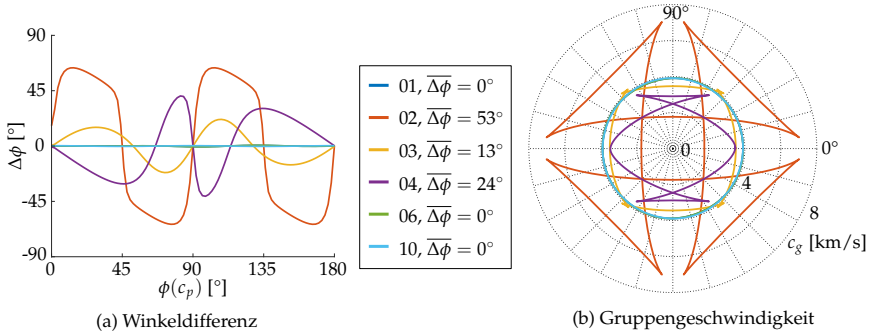
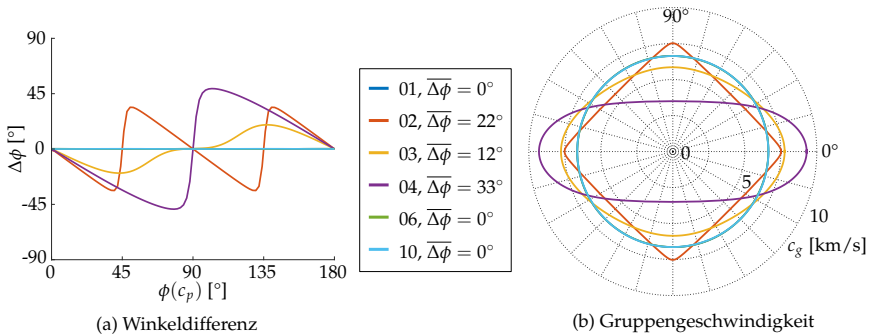
Für den Vergleich werden sechs CFK-Platten mit unterschiedlichen Laminataufbauten herangezogen. Zu den bereits erwähnten fünf Platten mit den Nummern 01, 02, 03, 04 und 10, kommt noch die Platte CFK06 hinzu, die aus zwei gleichgroßen Plattenbereichen mit unterschiedlichen Dicken besteht. In den folgenden Abbildungen bezieht sich die Bezeichnung 06 auf die rechte Hälfte der Platte, da die linke Hälfte identisch zur Platte CFK01 ist (siehe Tabelle A.3 auf Seite 106). CFK01, CFK06 und CFK10 sind quasi-isotrop aufgebaut, während die verbleibenden Lamine stärker gerichtete Eigenschaften besitzen.

In Abb. 6.6 bis 6.8 sind neben der Winkeldifferenz $\Delta\phi$, mit den zugehörigen Werten für die Abweichung $\overline{\Delta\phi}$ in der Legende, auch die Kurven der Gruppengeschwindigkeit dargestellt. Dabei wird ersichtlich, dass ein hoher Wert für $\overline{\Delta\phi}$ mit einer stark gerichteten Wellenausbreitung korreliert. Der dargestellte Winkelbereich für $\Delta\phi$ ist auf 180° begrenzt, da sich die Kurvenverläufe infolge der symmetrischen Platteneigenschaften wiederholen.

Vergleicht man die einzelnen Moden miteinander, zeigt der A_0 -Mode die geringsten Unterschiede zwischen den einzelnen Platten. Eine Ursache dafür ist die Abhängigkeit des A_0 -Modes von der Schubsteifigkeit, infolge seiner primär transversalen Schwingungskomponenten [19]. Die Schubsteifigkeit wird wiederum stark von den Kennwerten der Polymermatrix beeinflusst, die isotrope Eigenschaften aufweist [7]. Die Schwingungskomponenten des S_0 - und SH_0 -Modes liegen hingegen hauptsächlich in der Plattenebene, wodurch die starke Richtwirkung der Fasern zum Tragen kommt. Die auf makroskopischer Ebene angestrebte Isotropie bei den quasi-isotropen Laminaten führt zumindest bei diesen beiden Moden näherungsweise zu einer Richtungsunabhängigkeit. Bei niedrigen Frequenzen ähneln die Moden noch Dehn- oder BiegeWellen und man kann ihnen bevorzugte Schwingungsrichtungen zuordnen (siehe Abschnitt 3.2). Mit steigender Frequenz wird die Auslenkungsverteilung über den Plattenquerschnitt und auf die einzelnen Raumrichtungen immer komplexer [18]. Damit ist zu erwarten, dass die geführten Wellen mit steigender Frequenz auch in quasi-isotropen Laminaten nicht mehr der makroskopischen Isotropie folgen. Die Verläufe der Standardabweichung über der Frequenz in Abb. 6.9 bestätigen diese Vermutung für den SH_0 - und den S_0 -Mode. Allerdings sind die Abweichungen im Vergleich zu den stark anisotropen Platten weiterhin sehr gering innerhalb des betrachteten Frequenzbereichs.

6.2.3 Diskussion der Ergebnisse

Anhand der Ergebnisse wird ersichtlich, dass sich die Richtung von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit in quasi-isotropen Platten nur geringfügig voneinander unterscheidet.


 Abbildung 6.6: Differenz, Abweichung und Gruppengeschwindigkeit des A₀-Modes bei $f=100$ kHz

 Abbildung 6.7: Differenz, Abweichung und Gruppengeschwindigkeit des SH₀-Modes bei $f=100$ kHz

 Abbildung 6.8: Differenz, Abweichung und Gruppengeschwindigkeit des S₀-Modes bei $f=100$ kHz

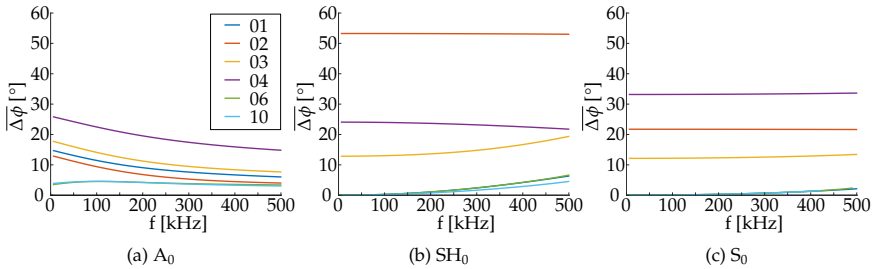


Abbildung 6.9: Standardabweichung in Abhängigkeit der Frequenz

Diese erste Erkenntnis ist für das Minimalmodell von großer Bedeutung, da dort keine Unterscheidung zwischen den beiden Richtungen stattfindet. Die stärkste Abweichung weist hierbei noch der A_0 -Mode auf. Welchen Einfluss dies auf das Minimalmodell hat, lässt sich jedoch nicht eindeutig feststellen, da keine Methode bekannt ist, mit der sich einzelne Ausbreitungsrichtungen anhand experimenteller Daten bestimmen lassen. Die zweite wichtige Erkenntnis ist, dass der SH_0 -Mode in quasi-isotropen Laminaten keine Auslenkungskomponenten aufweist, die - nach aktuellem Stand - für SHM-Systeme relevant sind und damit eine Vernachlässigung des Modes im Minimalmodell zulässig ist. Im Gegensatz dazu zeigen die gewonnenen Ergebnisse auch, dass die Effekte, die in Materialien mit ausgeprägter Richtcharakteristik auftreten, mit dem gewählten Ansatz für das Minimalmodell nicht abbildbar sind. Damit können die in der **3. Arbeitshypothese** getroffenen Einschränkungen bezüglich des Materials als gerechtfertigt angesehen werden.

6.3 Abgleich des Minimalmodells

In den nächsten drei Abschnitten werden Ergebnisse des Minimalmodells direkt mit numerischen und experimentellen Daten verglichen. Die in der Luftfahrt eingesetzten Strukturmaterialien besitzen isotrope oder quasi-isotrope Eigenschaften, weswegen das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Minimalmodell bisher auf solche Materialien beschränkt ist. Entsprechend werden für die Validierung des Minimalmodells im Folgenden isotrope Aluminiumplatten und eine CFK-Platte mit quasi-isotropem Laminataufbau verwendet.

6.3.1 Aluminiumplatte ohne Unstetigkeit

Zunächst wird eine Platte aus der Aluminiumlegierung AlMg3 mit einer Dicke von 4 mm als repräsentatives Beispiel für die Wellenausbreitung in isotropem Material verwendet. Ohne zusätzliche Unstetigkeiten können sich die Wellenmoden ungestört ausbreiten bis sie auf den Rand treffen. B-Bilder werden mit jedem der drei Verfahren für eine 500 mm lange Strecke zwischen Aktor und Plattenrand erzeugt. Die Abmessungen der Platte, die Koordinaten des Aktors und die Position des B-Bildes sind in Abb. 6.10 dargestellt.

Die Messung mit dem Laservibrometer erfolgt nacheinander aus drei Richtungen. Damit lassen sich die einzelnen Auslenkungskomponenten im dreidimensionalen Raum berechnen. Für die Auswertung wird die Verschiebungsrichtung u_1 gewählt, die in der Plattenebene parallel zur x -Achse liegt, da damit sowohl S_0 - als auch A_0 -Mode sichtbar sind. Für die FE-Simulation muss aufgrund der symmetrischen Geometrie nur ein Viertel der Platte modelliert werden, womit sich der Berechnungsaufwand stark reduziert. An den Schnittkanten werden dazu Symmetrierandbedingungen festgelegt. Das FE-Modell besitzt 554 749 Knoten

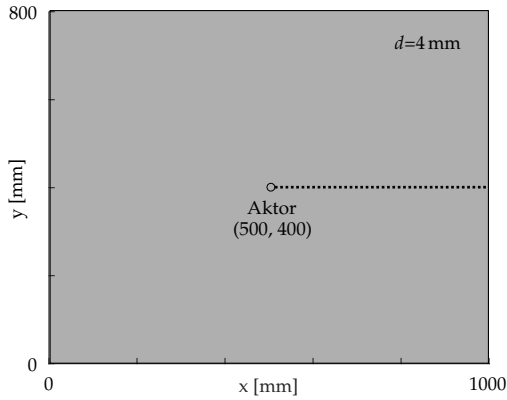


Abbildung 6.10: Geometrie der Aluminiumplatte ohne Unstetigkeit

und benötigt 18 GB Speicher. Unter Verwendung von acht Prozessoren ergeben sich etwa sechs Stunden als reine Berechnungszeit ohne Pre- und Post-Processing. Die Berechnung des B-Bildes mit der Signalsynthese benötigt dagegen 12 Sekunden bei einem Speicherbedarf von 1,5 GB.

Die B-Bilder in Abb. 6.11 zeigen ein sehr ähnliches Verhalten der Wellenpakete bezüglich der zeitlichen und räumlichen Änderung bei der Ausbreitung über der Platte. Klar zu erkennende Effekte sind die Reflexion der Moden am rechten Plattenrand sowie das dispersive Verhalten des A_0 -Moden. Dies bestätigt die prinzipielle Eignung des gewählten Ansatzes zur Synthese von Zeitsignalen auf Basis ebener Wellen. In dieser Darstellungsform sichtbare Abweichungen der analytischen Ergebnisse haben ihren Ursprung größtenteils in der bewusst reduzierten Geometrieabbildung. Da die Ausbreitung entlang einer geraden Strecke isoliert betrachtet werden soll, ist im analytischen Modell nur der rechte Plattenrand mit einbezogen. In Abb. 6.11b und 6.11c treten zusätzliche Wellenfronten auf, die eine Folge der Reflexion des S_0 -Moden an den übrigen Plattenrändern sind.

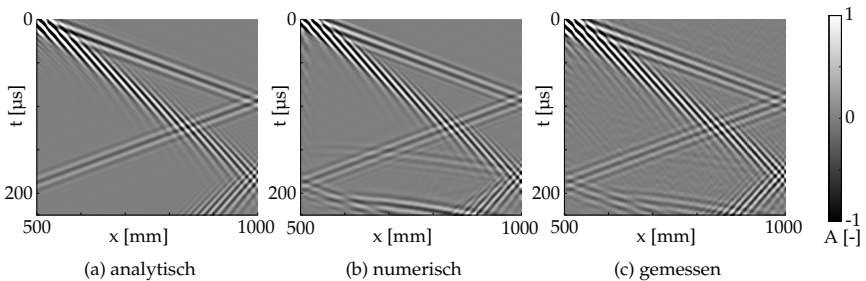


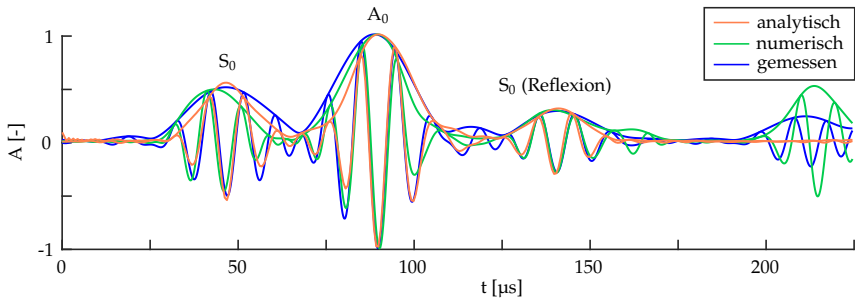
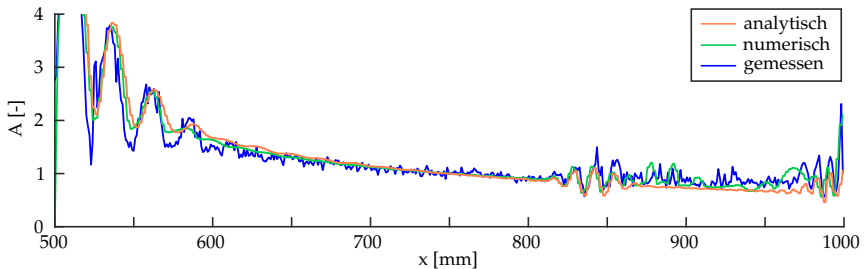
Abbildung 6.11: B-Bilder der Wellenausbreitung in der Aluminiumplatte ohne Unstetigkeit

Für eine detailliertere Analyse der Ergebnisse werden Zeitsignale bei $x=750$ mm in Abb. 6.12 verglichen. Diese Position wird gewählt, da dort die Interferenz zwischen den

Wellenfronten gering ist. Grundsätzlich unterscheiden sich die Signalamplituden der einzelnen Verfahren sehr deutlich voneinander, weswegen die Ergebnisse normiert sind. Durch eine zusätzliche Einhüllende heben sich individuelle Wellenpakete in den Signalen hervor. Insgesamt ist eine sehr gute Übereinstimmung bezüglich Position und Phasenlage der ersten drei Wellenpakete zu beobachten. Die Ähnlichkeit der Wellenpakete des reflektierten S_0 -Modes deutet auf eine gute Wegstabilität des Algorithmus hin. Die Reflexion am Plattenrand ist vollständig und die auftretende Amplitudenreduktion einzig eine Folge der geometrischen Streuung. Die abweichenden Signalanteile ab etwa $200\ \mu\text{s}$ werden durch die bereits erwähnten Reflexionen an den Plattenrändern bei $y=0$ und $y=800\ \text{mm}$ verursacht, die im analytischen Modell nicht enthalten sind. Die Unterschiede zwischen numerischen und experimentellen Daten sind hierbei eine Folge leicht unterschiedlicher Position des Aktors. Dieser befindet sich im FE-Modell ideal mittig auf der Platte. Damit kann an der Position des B-Bildes eine konstruktive Überlagerung auftreten, die zu einer vergleichsweise hohen Amplituden führt. Durch einen geringen Versatz der Aktors in y -Richtung auf der experimentell analysierten Platte kann diese konstruktive Überlagerung dort stattfinden.

Bei den ersten drei Wellengruppen betreffen Unterschiede zwischen den einzelnen Methoden hauptsächlich die Breite der Wellenpakete. Speziell in den Messdaten sind diese erhöht, was auf ein Nachschwingen der Piezokeramik zurückzuführen ist. Bei der FE-Simulation wird ein Nachschwingen der Keramik nicht explizit mechanisch verhindert, aber durch eine Begrenzung der elektrischen Freiheitsgrade stark reduziert. Eine weitere Ursache für breitere Wellenpakete kann auch die Geometrie der Wandler sein. Piezokeramiken übertragen ihre Verformung über Schubspannungen in die Platte, die an den Kanten der Keramik konzentriert sind [127]. Betrachtet man einen Aktor im Querschnitt, ergeben sich damit praktisch zwei dicht beieinander liegende Quellen. Übliche Wandler sind nur wenige Millimeter breit und die beiden Wellenpakete überlagern sich zu einem einzigen. Nur bei größeren Aktoren, höheren Frequenzen und kurzen Anregungssignalen sind getrennte Wellengruppen zu erwarten. Da es sich beim Ursprung eines Strahls im Minimalmodell um eine Punktquelle handelt, bildet die Signalsynthese dagegen nur eine Kante des Aktors ab. In [128] findet sich ein Vergleich von Aktoren, die zum einen als Punktquelle und zum anderen flächig modelliert werden. Hierbei sind die Wellenpakete bei Anregung über eine Punktquelle geringfügig kürzer. In [77] und [17] wird unter anderem der Einfluss der Segmentanzahl von Interdigitalwandlern auf ihre modenselektiven Eigenschaften untersucht. Hierbei führen mehr Segmente zu einem insgesamt größeren Wandler und es können längere Wellenpakete beobachtet werden. Die mit einem Durchmesser von $10\ \text{mm}$ sehr geringen Abmessungen des Aktors und die vergleichbare Breite von numerisch und analytisch berechneten Wellenpaketen legen allerdings nahe, dass der Einfluss der Wandlergeometrie auf die Breite vernachlässigbar ist.

Die Fähigkeit der Signalsynthese ein Wellenpaket in Form und Amplitude auch nach größeren zurückgelegten Strecken korrekt vorherzusagen, also dessen Wegstabilität, kann anhand des Amplitudenverlaufs über dem Weg abgeschätzt werden. Hierzu ist in Abb. 6.13 das Maximum der Einhüllenden jedes Zeitsignals über der x -Achse aufgetragen. Die Datensätze der einzelnen Verfahren sind analog zum Signal in Abb. 6.12 normiert. Am Anfang und Ende der Kurven sowie bei etwa $850\ \text{mm}$ sind starke Schwankungen sichtbar, da hier einzelne Wellenpakete interferieren. In den Messdaten ist zusätzlich ein geringes Rauschen zu erkennen. In allen Kurven zeichnet sich deutlich die Amplitudenreduktion durch Streuung ab. Da der A_0 -Mode die höhere Amplitude aufweist, dominiert dieser den Verlauf der Kurven. Das dispersive Verhalten dieses Wellenmodes führt zu einer zusätzlichen Reduktion der maximalen Amplitude des Wellenpakets über die Ausbreitungsstrecke, ohne dass ein Energieverlust stattfindet. Obwohl weitere Verlusteffekte, wie etwa Abstrahlung in Luft und Materialdämpfung sowohl im analytischen als auch dem numerischen Modell nicht berücksichtigt werden, ähneln sich die Verläufe stark.

Abbildung 6.12: Zeitsignale bei $x=750$ mm, normiertAbbildung 6.13: Maximale Amplitude der Einhüllenden der Zeitsignale entlang der x -Achse, normiert zur Amplitude bei $x=750$ mm

6.3.2 Aluminiumplatte mit Ausfräsung

Für den Abgleich der Wellenausbreitung auf einer isotropen Platte mit Inhomogenität wird 4 mm starkes Aluminium innerhalb eines rechteckigen Bereichs in der Dicke reduziert. Eine Ausfräsung wird als Alternative zu einer Aufdickung verwendet, da damit die Fertigung einer gleichmäßigen Klebschicht und deren Modellierung vermieden werden kann. Wie bereits bei der Platte ohne Unstetigkeit im vorherigen Abschnitt, werden erneut mit den drei Verfahren Signale entlang einer geradlinigen Strecke aufgezeichnet bzw. berechnet. Damit lässt sich der Ausbreitungsvorgang durch die Platte inklusive eines typischen Interaktionsvorgangs analysieren. Plattenabmessungen sowie die Positionen von Aktor und B-Bild finden sich in Abb. 6.14. Die untersuchte 600 mm lange Strecke beginnt am Rand des Aktors und verläuft orthogonal zum Rand der Unstetigkeit. Die Ausfräsung sorgt für zwei Unstetigkeiten auf dieser Strecke. Die Längen der resultierenden drei Abschnitte des B-Bildes sind in der Abbildung aufgeführt.

Im Bereich der Ausfräsung soll - laut Fertigungsvorgabe - die Materialdicke auf die Hälfte reduziert sein. Allerdings weicht in Messungen die Gruppengeschwindigkeit des A_0 -Modes von Dispersionskurven einer 2 mm Aluminiumplatte ab, was auf eine niedrigere Restdicke hinweist. Da der S_0 -Mode unbeeinflusst ist, können als Ursache für diese Abweichung veränderte elastische Materialeigenschaften infolge der mechanischen Bearbeitung ausgeschlossen werden. Mithilfe einer Ultraschall-Dickenmessung entlang der Strecke des B-Bildes ergibt sich eine durchschnittliche Restdicke von 1,64 mm (siehe Abb. 6.15). Diese passt

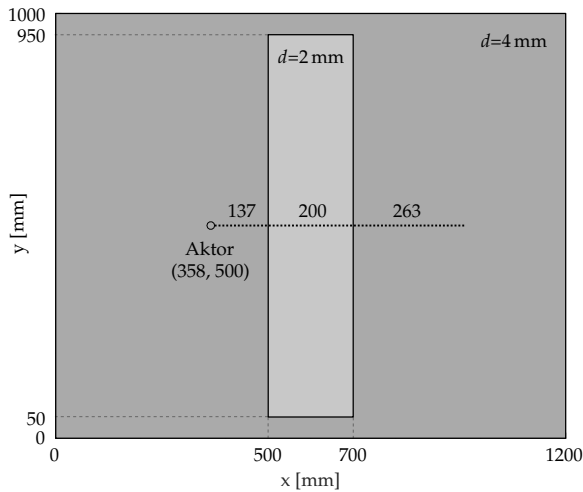
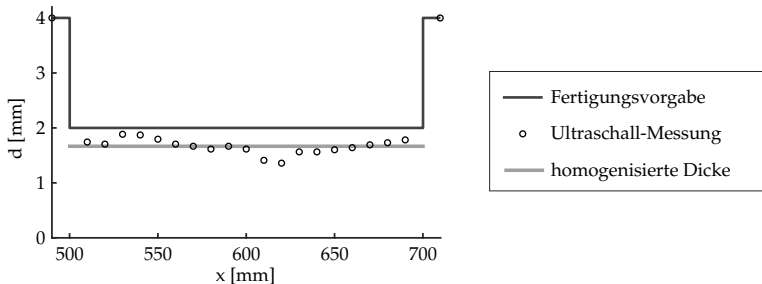


Abbildung 6.14: Geometrie der Aluminiumplatte mit ausgefräster Fläche

zu den gemessenen Geschwindigkeiten und wird für die analytischen und numerischen Modelle verwendet.

Abbildung 6.15: Plattendicke bei $y=500$ mm im Bereich der Ausfräsung

Gegenüber der Platte ohne Unstetigkeit, wird in diesem Abschnitt die out-of-plane-Verschiebung u_3 ausgewertet. In Folge dessen ist mit einer höheren Amplitudendifferenz zwischen A_0 - und S_0 -Mode zu rechnen. Für die Erfassung der u_3 -Komponente mit dem Laservibrometer genügt ein Messvorgang senkrecht zur Plattenoberfläche ohne nachträgliche Transformation der Verschiebungsrichtungen. Die Geometrie weist nur eine Symmetrieachse auf, die zur Reduktion des FE-Modells verwendet werden kann. Zusätzlich besitzt die Platte größere Abmessungen, wodurch sich insgesamt die Größe des Modells mit 1,57 Millionen Knoten in etwa verdreifacht. Im gleichen Maß steigt auch der Speicherbedarf auf 55 GB und die Berechnungsdauer auf 19 Stunden. Der Aufwand für die analytische Berechnung des B-Bildes mit der Signalsynthese steigt auf 55 Sekunden, durch die größere Anzahl an Wellenfronten infolge der beiden Unstetigkeiten. Dem gegenüber bleibt der Speicherbedarf

in etwa gleich, da die Zahl der Zeitschritte identisch und die Länge des B-Bildes nahezu unverändert ist.

Die B-Bilder in Abb. 6.16 ähneln sich erneut stark. Bei genauer Betrachtung sind geringe Unterschiede in der Länge der Wellenpakete zu erkennen, wie bereits im vorherigen Abschnitt diskutiert. Zusätzlich fällt beim direkten Vergleich mit den berechneten B-Bildern auf, dass in den Messergebnissen zusätzliche Interaktionen innerhalb des ausgefrästen Bereichs auftreten. Etwa in der Mitte dieses Bereichs konvertiert der primäre S_0 -Mode in den A_0 -Mode, während der primäre A_0 -Mode teilweise reflektiert. Dies ist auf die ungleichmäßige Oberfläche zurückzuführen, welche in einer inhomogenen Plattendicke resultiert und im analytischen und im numerischen Modell nicht nachgebildet wird.

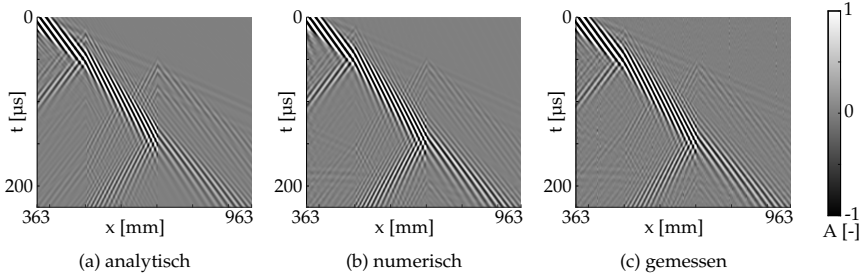
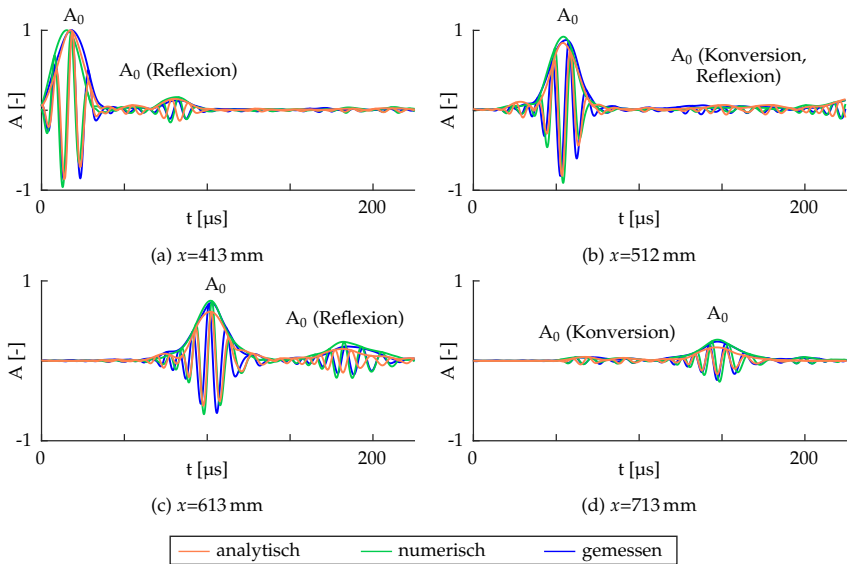


Abbildung 6.16: B-Bilder der Wellenausbreitung in der Aluminiumplatte mit Ausfräsung

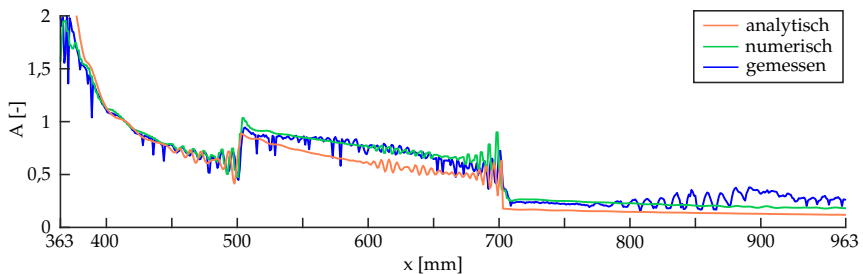
Ein direkter Vergleich der Signale erfolgt an vier Positionen entlang der Strecke des B-Bildes, um Veränderungen der Wellen über beide Unstetigkeiten zu verfolgen (Abb. 6.17). Die gewählten Positionen liegen in Abständen von 50 mm, 149 mm, 250 mm und 350 mm vom Aktor. Die Datensätze der einzelnen Verfahren sind so normiert, dass jeweils das Maximum des Signals bei $x=413$ mm den Wert eins hat. Für das zweite Signal wird ein Abstand von 149 mm statt 150 mm gewählt, da der Messpunkt bei 150 mm reduzierte Amplituden im Vergleich zum restlichen Messfeld aufweist. Reduzierte Amplituden oder starkes Rauschen können in gemessenen Signalen gelegentlich auftreten, wenn der Strahl des Laservibrometers an der Plattenoberfläche unvollständig reflektiert wird. Solche fehlerhaften Messpunkte sind im B-Bild (Abb. 6.16c) als Streifen und im Amplitudenverlauf (Abb. 6.17) als Einbrüche der Kurve zu erkennen. Da die out-of-plane-Verschiebung u_3 analysiert wird, gehören die sichtbaren Wellenpakete nahezu ausschließlich zum A_0 -Mode. Die durch die Unstetigkeiten transmittierte Wellenfront dominiert hierbei die Signale an allen Positionen. In den Abbildungen ist es mit A_0 ohne weiteren Zusatz markiert, während andere ausgewählte Wellenpakete eine zusätzliche Beschreibung besitzen.

An allen vier Positionen sind gute Übereinstimmungen zwischen den drei Verfahren bei Amplitude und Position der Wellenpakete zu erkennen. Sichtbare Unterschiede betreffen hauptsächlich Phase und Amplitude einiger Wellenpakete bei den Ergebnissen der Signalsynthese. Die Phasenlage des transmittierten A_0 -Modes passt über die gesamte Strecke zu den Ergebnissen der anderen beiden Verfahren. Nur innerhalb des ausgefrästen Bereichs, also bei 512 mm und 613 mm, sind leichte Abweichungen zu erkennen. Die Reflexionen des A_0 -Modes an den Unstetigkeiten zeigen dagegen eine deutliche Phasendifferenz zu den numerischen und experimentellen Signalen. Wie in Abschnitt 5.4 beschrieben, enthalten die mit der FEM bestimmten Interaktionskennwerte keine Phaseninformation und die beobachteten Abweichungen sind zu erwarten. Es ist vielmehr bemerkenswert, dass die analytisch und experimentell bestimmten Wellenpakete in Abb. 6.17d nach der Interaktion mit beiden

Abbildung 6.17: Zeitsignale an verschiedenen x -Positionen

Unstetigkeiten nahezu keine Phasendifferenz aufweisen.

Die zweite erkennbare Abweichung der synthetischen Signale sind leicht reduzierte Amplituden des transmittierten A_0 -Modes hinter der ersten Unstetigkeit. Für eine Analyse der Amplitudenentwicklung entlang der Strecke des B-Bildes ist in Abb. 6.18 erneut der Amplitudenverlauf dargestellt. Auffällig ist hierbei zunächst die erhöhte Amplitude im mittleren Bereich, was durch die Verteilung einer ähnlichen Schwingungsenergie auf einen deutlich reduzierten Querschnitt verursacht wird. Die ungleichmäßige Oberfläche innerhalb der Ausfräsung sorgt zusätzlich dafür, dass bei den Messergebnissen der Kurvenverlauf nicht kontinuierlich abfällt, obwohl dies aufgrund der Streuung der Wellen über die Platte der Fall sein sollte.

Abbildung 6.18: Maximale Amplitude der Einhüllenden der Zeitsignale entlang der x -Achse, normiert bei $x=413$ mm

Anhand der Amplitudenverläufe ist deutlich zu erkennen, dass die analytisch bestimmten Signale nach der Transmission in den zweiten Bereich eine zu geringe Amplitude aufweisen. Verursacht wird dies mit hoher Wahrscheinlichkeit durch nicht exakt zutreffende Interaktionskennwerte. Andere Auslöser können weitgehend ausgeschlossen werden, da die Mehrheit der Signalcharakteristiken gut von der Signalsynthese wiedergegeben wird. Zu beachten ist hierbei, dass der Amplitudenverlauf vom primären/transmittierten A_0 -Mode dominiert wird, da dieser die höchste Amplitude aufweist. Betrachtet man hingegen die Wellenpakete individuell, lässt sich feststellen, dass die Kennwerte für andere Interaktionsarten besser vorhergesagt werden. Die Reflexion des A_0 -Modes in Abb. 6.17a passt nahezu perfekt zu den Messergebnissen. Dies trifft auch auf die Reflexion des A_0 -Modes von der zweiten Unstetigkeit zu, wenn das transmittierte A_0 -Wellenpaket in Abb. 6.17c passend zur Messung skaliert wird. Weiterhin stimmen die Amplituden der beiden aus Modenkonversion entstandenen A_0 -Wellenpakete in Abb. 6.17d zu den Messergebnissen. Damit scheint allein der berechnete Interaktionskennwert für die Transmission des A_0 -Modes fehlerhaft zu sein, während die restlichen Kennwerte gut zu den numerischen und experimentellen Ergebnissen passen. Obwohl die FE-Modelle zur Berechnung der Kennwerte und der abgebildeten Zeitsignale ähnlich sind (siehe Abschnitt 4.2), weisen die numerisch bestimmten Signale keine solchen Abweichungen auf. Dies deutet darauf hin, dass sowohl die Modellierung des ausgefrästen Bereichs mit einer homogenisierten Dicke zulässig ist als auch der gewählte Modellierungsansatz und die Simulationsparameter korrekt sind. Der größte Unterschied zwischen beiden FE-Modellen liegt in der Wahl der Dimension. Während für die Berechnung der Zeitsignale ein 3D-Modell genutzt wird, basiert die Bestimmung der Interaktionskennwerte auf einem 2D-Modell des Plattenquerschnitts. Ein zweidimensionales Modell ist nicht nur weniger rechenintensiv sondern weist auch keine Streuung auf, was vorteilhaft für die Analyse der Interaktion ist. Um den Einfluss der Modell-Dimensionalität zu untersuchen, werden die Interaktionskennwerte erneut mit zwei verschiedenen 3D-Modellen berechnet. Das erste Modell bildet die Wellenausbreitung in einer ausgedehnten Platte ab, vergleichbar mit dem Modell zur Bestimmung der Zeitsignale. In diesem Fall muss der Einfluss der Streuung aus den Ergebnissen herausgerechnet werden. Um Fehler, die durch diese Umrechnung entstehen können, auszuschließen, wird in einem zweiten Modell die Wellenausbreitung mit einem Modell eines Plattenstreifens berechnet. Durch eine gleichmäßige Anregung über die gesamte Breite des Streifens in Kombination mit Symmetrierandbedingungen ergibt sich eine ebene Wellenfront, die nicht durch Streuung beeinflusst wird.

Die mit den unterschiedlichen Modellen berechneten Interaktionskennwerte sind in Abb. 6.19 dargestellt. Für einen direkten Vergleich sind die Kennwerte in Relation zur 2D-Simulation angegeben. Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, existieren mehrere Abhängigkeiten für die Interaktionskennwerte. Hierbei unterscheiden sich die beiden Diagramme in der Richtung, aus der die primäre Welle auf die Unstetigkeit trifft. Aus den Abbildungen ergibt sich, dass die Werte aus den 3D-Simulationen in einem Bereich von $\pm 30\%$ streuen, im Durchschnitt aber über denen aus der 2D-Simulation liegen.

Die oben beschriebenen Amplitudendiskrepanz der analytischen zu den numerischen und experimentellen Ergebnisse betrifft den Interaktionskennwert beim angeregten Mode A_0 , der u_z -Verschiebungskomponente und der Transmission in die Ausfräsung hinein (Abb. 6.19a). Speziell für diesen Fall liegt der Kennwert beider 3D-Modelle etwa 9% über dem aus dem 2D-Modell. Der Amplitudenunterschied zwischen analytischen und numerischen bzw. experimentellen Signalen liegt innerhalb der ausgefrästen Fläche jedoch im Bereich von 15% bis 30%. Ein weiteres Indiz dafür, dass die 3D-Modellen nicht grundsätzlich bessere Ergebnisse liefern, ist der Koeffizient für die Reflexion des A_0 -Modes. Dieser ist gegenüber dem 2D-Modell etwa 20% höher, was im Widerspruch zu den Ergebnissen in Abb. 6.17 steht. Denn, wie weiter oben beschrieben, gibt die Signalsynthese mit den Interaktionskennwerten aus der 2D-Simulation die Amplitude des reflektierten A_0 -Modes sehr gut wieder.

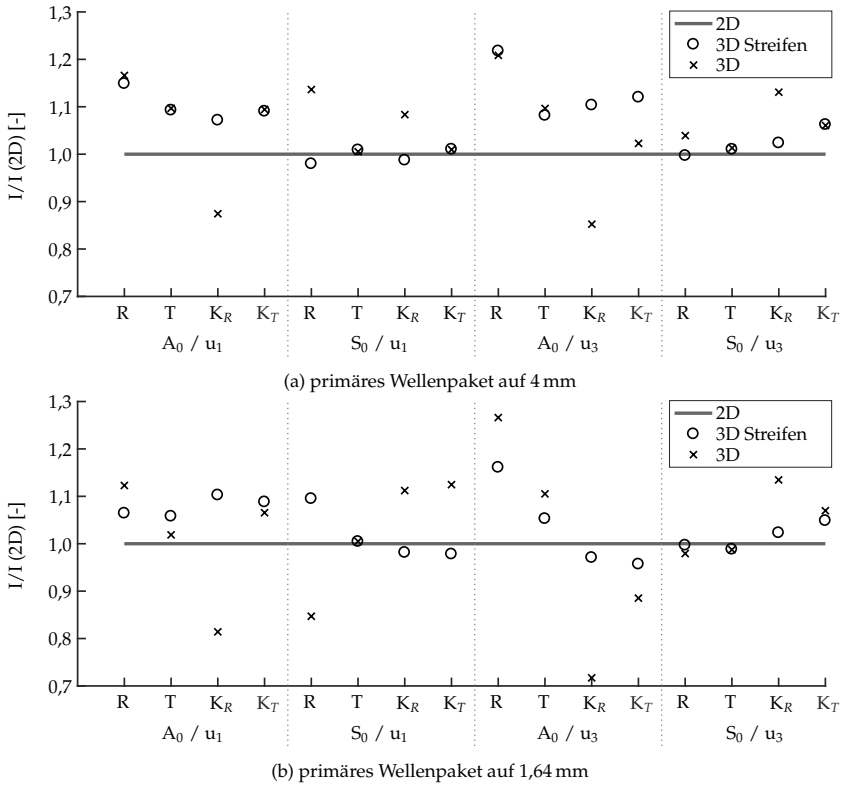


Abbildung 6.19: Interaktionskennwerte I in Abhängigkeit vom angeregten Mode (A_0, S_0), Auslenkung (u_1, u_3) und Interaktionstyp (R - Reflexion, T - Transmission, K_R/K_T - Konversion reflektiert/transmittiert)

Die Streuung zwischen Interaktionskennwerten, die mit unterschiedlichen Modellen berechnet werden, lässt darauf schließen, dass keines der Modelle ideal zur Bestimmung der gesuchten Kennwerte ist. Das 2D-Modell scheint jedoch von den verfügbaren Alternativen am besten geeignet, da die meisten Interaktionskennwerte die experimentellen und numerischen Resultate gut wiedergeben. Zusätzlich verursacht das 2D-Modell den geringsten Berechnungsaufwand und erfordert kein nachträgliches Entfernen des Streuungseffekts. Für zukünftige Anwendungen des Minimalmodells ist jedoch ein Wechsel auf ein alternatives Verfahren zur Bestimmung der Interaktionskennwerte anzustreben, wie das in Abschnitt 4.1 erwähnte CMEP.

6.3.3 CFK-Platte

Auf den beiden Aluminiumplatten erfolgt die Auswertung entlang einer Linie, was eine Berechnung der Wellenausbreitung allein mit der Signalsynthese und eine Darstellung

in B-Bildern ermöglicht. Im Folgenden werden dagegen einzelne Punkte verteilt über eine Platte analysiert, wodurch für eine Berechnung von Zeitsignalen alle Subroutinen des Minimalmodells erforderlich sind. In diesem Abschnitt wird erneut die out-of-plane Verschiebungskomponente u_3 ausgewertet. Die Geometrie der verwendeten Platte mit der Bezeichnung CFK06 ist in Abb. 6.20 inklusive der Positionen von Aktoren und Auswertepunkten dargestellt.

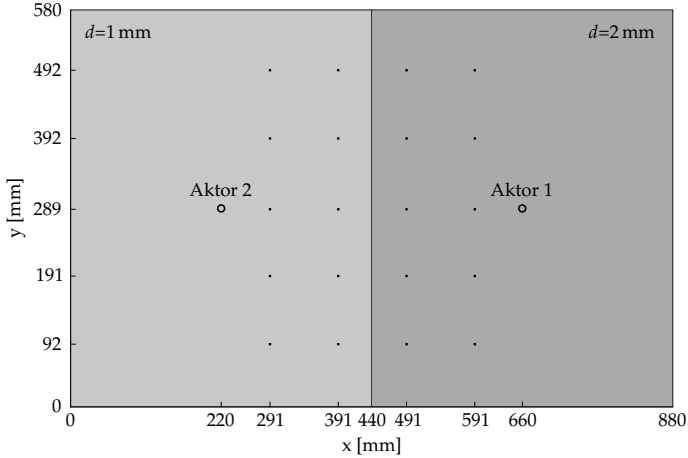


Abbildung 6.20: Geometrie der Platte CFK06 mit Positionen der Aktoren und Auswertepunkte

Die Platte CFK06 besteht aus zwei Hälften, wobei die rechte Seite durch eine Wiederholung des Lagenaufbaus die doppelte Dicke gegenüber der linken Seite besitzt (siehe Tabelle A.3 auf Seite 106). Das resultierende Laminat ist in beiden Fällen quasi-isotrop. Dennoch weichen die Wellenfronten des A_0 -Modes von der Kreisform ab (siehe Abb. 6.6 auf Seite 77). Entsprechend muss für das Minimalmodell von richtungsabhängigem Ausbreitungsverhalten in der Platte ausgegangen werden.

Der Vergleich der Signale erfolgt an 20 Positionen auf der Platte. Durch die unabhängige Anregung auf der linken und der rechten Plattenhälfte ergeben sich insgesamt 40 Signale pro Verfahren. Die Auswertepunkte sind nahe der Unstetigkeit konzentriert, da das Interaktionsverhalten an diesem Bereichsübergang von besonderem Interesse ist. Eine größere Entfernung zur Unstetigkeit führt primär zu geringeren Amplituden infolge von Schwächungseffekten. Für einen Vergleich der analytischen mit den experimentellen Ergebnissen müssen die Auswertepunkte nach Möglichkeit auf Messpunkten der flächigen Laservibrometer-Messung liegen. Zu beachten ist hierbei, dass die Positionen von Aktoren und Sensoren nicht in einem gleichmäßigen Raster liegen. Ein Grund dafür ist die leicht asymmetrische Position der Aktoren, was eine Folge der manuellen Klebung ist. Zusätzlich weisen einige Signale der Laservibrometer-Messung ein starkes Rauschen auf und sind nicht auswertbar. Um diese fehlerhaften Messpunkte zu vermeiden, werden einzelne Koordinaten der ursprünglich gleichmäßig verteilten Auswertepunkte leicht versetzt. Zuletzt ist zu beachten, dass das Gitter der Laservibrometer-Messpunkte gegenüber der Platte leicht verschoben und verzerrt ist. Wird dies korrigiert, liegen die Messpunkte nicht mehr exakt auf dem ursprünglichen 2 mm-Raster der Messung. Die angegebenen Koordinaten

geben so weit wie möglich die reale Geometrie wieder und werden in dieser Form auch im Minimalmodell genutzt.

Bei CFK ist aufgrund der Kunststoffmatrix der Einfluss der Materialdämpfung auf die Wellenausbreitung höher als bei Metallen. Zusätzlich muss auch bei den Dämpfungskennwerten mit einer Richtungsabhängigkeit gerechnet werden, da die Fasern Vorzugsrichtungen beim Transport von Wellenenergie induzieren [72]. In den Momentaufnahmen der gemessenen Wellenausbreitung in Abb. 6.21 ist dies als Amplitudeneinbruch in der Wellenfront des A_0 -Moden - insbesondere in die 0° - und 180° -Richtungen - erkennbar. Ein vergleichbarer Effekt kann auch bei einer Anregung auf der linken Seite der Platte beobachtet werden.

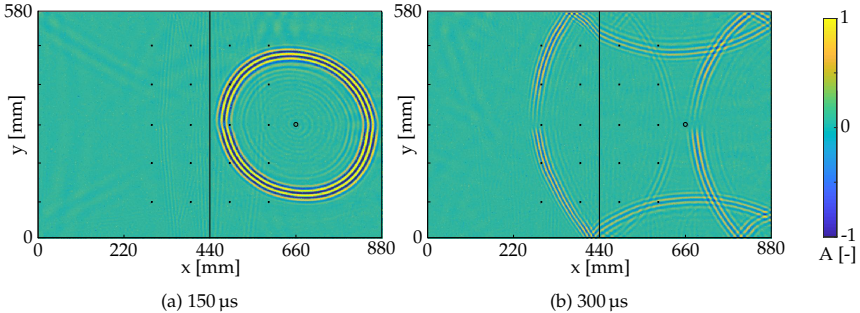


Abbildung 6.21: Momentaufnahme der gemessenen Wellenausbreitung bei Anregung auf der rechten Plattenhälfte

Dieser signifikante Einfluss kann mit Gleichung (5.9) auf Seite 67 in das Modell eingebracht werden, wenn der Dämpfungsfaktor δ bekannt ist. Die Beschreibung des Dämpfungsverhaltens eines Bauteils und die Bestimmung entsprechender Parameter ist im Allgemeinen sehr aufwändig. Dies hängt unter anderem damit zusammen, dass Energiedissipation durch verschiedene Effekte verursacht werden kann, die sich schwer isoliert messen lassen [129]. Für die untersuchten Verbundplatten ist aufgrund der Anisotropie sowohl eine Frequenz- als auch Richtungsabhängigkeit der gesuchten Kenngrößen zu erwarten. Allerdings lassen sich solche Abhängigkeiten analytisch beschreiben, wenn angenommen wird, dass der Effekt steifigkeitsproportional ist und die viskosen Materialkennwerte einer Einzelschicht bekannt sind. Werden die Dämpfungskennwerte nach dieser Methode berechnet, treten besonders hohe Dämpfungswerte in stark dispersiven Bereichen eines Wellenmodes auf [17]. Dieses Ergebnis steht jedoch im Widerspruch zu den gemessenen Amplitudenverteilungen. Während die Momentaufnahmen in Abb. 6.21 einen deutlichen Amplitudenabfall insbesondere in 0° - und 180° -Richtung zeigen, ist die berechnete Geschwindigkeitsverteilung beider Moden infolge des quasi-isotropen Laminats nahezu winkelunabhängig (Abb. 6.6 und 6.8). Damit scheint dieser analytische Ansatz ungeeignet zur Beschreibung des Dämpfungsverhaltens auf der untersuchten Platte CFK06 zu sein.

Stattdessen wird auf die flächigen Laservibrometer-Messungen zurückgegriffen, um direkt die gesuchten Kennwerte in Abhängigkeit der Ausbreitungsrichtung für die analysierte Frequenz von 100 kHz zu erhalten. Als Basis dient die Verteilung der maximalen Amplitude in der Nähe der Aktoren, wie sie in Abb. 6.22a dargestellt ist. Die Kreise sind hierbei die Grenzen der ausgewerteten Fläche. Wie in Abschnitt 5.4 beschrieben, basiert die Bestimmung von δ auf der Amplitudenänderung in Ausbreitungsrichtung. Ausgehend von einem Aktor werden unter verschiedenen Winkeln Linien ausgewertet. Entlang einer Linie liegen n Messpunkte, die jeweils den Abstand q vom Rand des Aktors besitzen. Für eine isolierte

Betrachtung der Materialdämpfung wird in einem ersten Schritt die Amplitudenabnahme infolge der Streuung über der Fläche herausgerechnet (siehe Gleichung (5.8) auf Seite 67). Anschließend erfolgt die Berechnung der Dämpfung auf Basis des logarithmischen Dekrements zwischen zwei benachbarten Punkten. Der Mittelwert aller $n - 1$ Schritte einer Linie ergibt den Dämpfungsfaktor für eine Ausbreitungsrichtung ϕ .

$$\delta(\phi) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{q_{k+1} - q_k} \cdot \ln \frac{A_{\max}(q_k)}{A_{\max}(q_{k+1})} \quad (6.3)$$

Da eine Unterscheidung der Moden aufgrund der großen Zahl an Signalen und der Komplexität des Wellenfeldes nur schwer möglich ist, wird stattdessen die maximale Amplitude A_{\max} jedes Messpunkts ausgewertet. Dieses Maximum entspricht dem A_0 -Mode, wodurch Kennwerte für den S_0 -Mode aus anderen Quellen bestimmt werden müssen. Aus der Literatur ist bekannt, dass der S_0 -Mode unterhalb seines hoch dispersiven Bereichs eine deutlich kleinere Materialdämpfung aufweist [17]. Eine Vernachlässigung der Dämpfung des S_0 -Modes führt jedoch zu stärkeren Abweichungen von den experimentellen Daten. Infolge dessen werden für beide Moden identische Dämpfungskennwerte verwendet. In Abb. 6.22b sind die richtungsabhängigen Kennwerte beider Plattenhälften dargestellt. Wie erwartet, ergeben sich deutlich erhöhten Werte in 0° - und 180° -Richtung. Zusätzlich fällt die stärker ausgeprägte Richtcharakteristik der linken gegenüber der rechten Plattenhälfte auf.

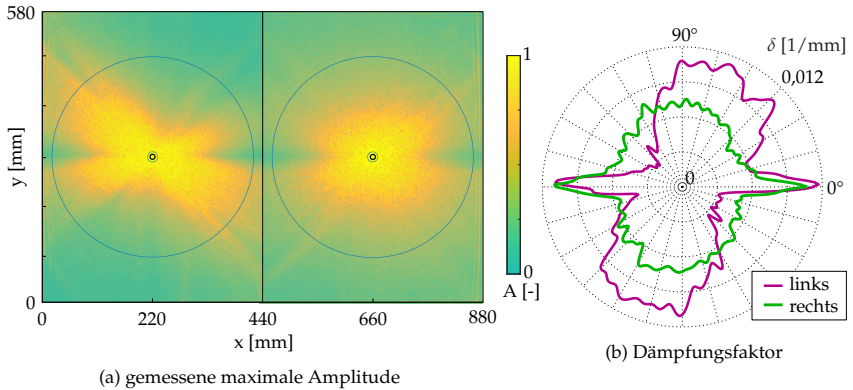


Abbildung 6.22: Dämpfungsfaktor anhand der maximalen Amplitude für beide Plattenhälften

Eine FEM-Simulation der CFK-Platte erfordert eine Modellierung der Einzelschichten, wie bereits in Abschnitt 4.2.3 erwähnt. Damit steigt die Zahl der Freiheitsgrade etwa um den Faktor fünf gegenüber dem Modell der Aluminiumplatte mit Ausfräsung. Eine Extrapolation auf Basis der Daten der beiden Aluminiumplatten ergibt eine Berechnungsdauer von etwa 100 Stunden. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass der Speicherbedarf in gleicher Weise steigt. Die damit theoretisch erforderlichen 275 GB übersteigen die Größe des heutzutage üblicherweise verbauten Arbeitsspeichers in Workstations. Eine teilweise Auslagerung der Daten auf die Festplatte ist zwar möglich, verringert jedoch die Effizienz des Lösungsverfahrens drastisch und ist deshalb nicht empfehlenswert. Eine Alternative ist der Wechsel auf andere Lösungsverfahren, die zwar langsamer sind, aber weniger Speicher

erfordern. Aufgrund des zu erwartenden Berechnungsaufwands, wird in diesem Abschnitt auf einen Vergleich mit numerischen Daten verzichtet.

Auch der Berechnungsaufwand für das Minimalmodell steigt im Vergleich zur den beiden vorherigen Beispielen, da die gewählte Konfiguration zusätzlich zur Signalsynthese auch den Einsatz des Raytracings erfordert. Es wird eine Winkelschrittweite von $\Delta\phi_A = 0,1^\circ$ verwendet, womit im ersten Schritt des Raytracings etwa 3600 Strahlen vorhanden sind. In vier Interaktionsschritten müssen insgesamt über 1,2 Millionen Strahlen berechnet werden. Vergleichsrechnungen mit $\Delta\phi_A = 0,05^\circ$ oder fünf Interaktionsschritten ergeben keine sichtbare Veränderung der Signale. Es wird daher angenommen, dass die gewählten Modellparameter in einer ausreichenden Genauigkeit resultieren. Für die rechteckigen Sensoren wird eine Kantenlänge von 2 mm gewählt, die dem Messraster entspricht. Mit diesen Parametern benötigt die Berechnung des Zeitsignals an einem der gewählten Punkte auf der CFK-Platte 4 Minuten und 18 Sekunden. Hierbei wird ein Nachteil des Minimalmodells im Gegensatz zu FEM-basierten Verfahren deutlich. Obwohl die Bauteilgeometrie als auch die Anregung und damit das Wellenfeld identisch sind, muss für jeden der 20 Auswertepunkte eine neue Berechnung durchgeführt werden. FE-Verfahren liefern dagegen in einem Berechnungsvorgang Ergebnisse an allen Knoten.

Für den direkten Vergleich der Signale vom Minimalmodell und der Messung werden diese normiert und mit einer Einhüllenden versehen (Abb. 6.24 bis 6.27). Die Anordnung der Abbildungen entspricht hierbei der Anordnung der Auswertepunkte auf der Platte (Abb. 6.20). Verglichen mit den Ergebnissen auf den Aluminiumplatten korrelieren die Daten weniger gut. Obwohl einige Signale auf den ersten Blick erhebliche Differenzen zeigen, betreffen die Abweichungen hauptsächlich die Amplituden. Zu jedem vom Minimalmodell bestimmten Wellenpaket existiert ein entsprechendes lokales Maximum in den experimentellen Daten. Das globale Maximum in allen analytisch bestimmten und den meisten gemessenen Signalen entspricht dem primären/transmittierten A_0 -Mode, wie er auch in Abb. 6.21 zu sehen ist. Ein zeitlicher Versatz tritt bei diesem Wellenpaket vermehrt bei den Messpunkten auf, die weiter vom Aktor entfernt sind. Dies deutet auf fehlerhaft berechnete Phasengeschwindigkeiten hin. Allerdings korreliert dieser Versatz nicht eindeutig mit dem Abstand zum Aktor, wodurch auch andere Ursachen in Frage kommen. Da die Maxima nur geringfügig zueinander verschoben sind, kann dies auch durch minimale Unterschiede in den Positionen der Auswertepunkte zum Messgitter verursacht sein.

Deutlich sichtbare Unterschiede zwischen experimentellen und analytischen Daten fallen in vielen Fällen mit einem erhöhten Rauschanteil im Messsignal zusammen. Beispiele dafür finden sich in den Abbildungen 6.25d, 6.25e, 6.25f und 6.26e. Diese Beobachtung soll mithilfe des Signal-Rausch-Verhältnis (SNR, *engl.* signal-to-noise ratio) quantifiziert werden. Eine exakte Berechnung dieses Kennwerts erfordert die zuverlässige Trennung der relevanten Signalanteile vom Rauschen, was nicht direkt anhand der gegebenen Zeitsignale möglich ist. Stattdessen dient das Amplitudenspektrum des ungefilterten Signals als Grundlage der Analyse. Die Amplitude des Rauschanteils A_{Rauschen} wird anhand des quadratischen Mittels des gesamten Spektrums bestimmt (siehe Gleichung (6.2) auf Seite 76). Für die Amplitude des Signals A_{Signal} wird hingegen nur der Bereich von 50 kHz bis 200 kHz ausgewertet, da dieser dem Anregungssignal entspricht (siehe Abb. 3.2 auf Seite 12). Der Signal-Rausch-Abstand Q ergibt sich aus dem Verhältnis der Quadrate dieser Amplituden.

$$Q = \frac{A_{\text{Signal}}^2}{A_{\text{Rauschen}}^2} \quad (6.4)$$

Die resultierenden SNR-Werte aller Messpunkte sind in Tabelle 6.2 aufgeführt, wobei die Anordnung erneut der Positionierung der Auswertepunkte auf der Platte folgt. Insbesondere mit steigendem Abstand zum Aktor und entlang der Orientierungen mit erhöhter

Materialdämpfung sinkt Q , was sich analog in den Signalen als ein verstärktes Rauschen äußert. An diesen Positionen besitzen Wellenpakete in der Regel eine vergleichsweise geringe Amplitude. In Kombination mit der Normierung aller Signale wirkt das breitbandige Rauschen dadurch als dominanter Signalanteil, den das Minimalmodell nicht wiedergibt. Ursächlich für diese Art von Abweichung ist jedoch das Messverfahren.

y,x	291	391	491	591	y,x	291	391	491	591
492	2,0	0,68	2,2	1,1	492	6,0	1,5	33,1	36,6
392	7,1	33,6	0,7	1,2	392	0,7	16,3	14,2	60,8
285	18,1	16,3	1,4	0,8	289	0,9	3,3	1,0	24,3
191	17,7	58,8	5,1	0,3	191	1,8	23,8	11,3	91,0
92	13,6	11,8	20,4	0,3	92	1,6	6,4	10,0	0,9

(a) Anregung links

(b) Anregung rechts

Tabelle 6.2: Signal-Rausch-Verhältnis Q der gemessenen Signale

Eine Bewertung der beschriebenen Unterschiede zwischen analytisch und experimentell bestimmten Signalen erfolgt anhand der relativen Abweichung von Amplituden und Laufzeiten. Hierzu müssen zunächst Wellenpakete identifiziert werden und anschließend eine Zuordnung zwischen experimentellen und analytischen Wellenpaketen erfolgen. Infolge des beobachteten Rauschens, ist eine eindeutige Identifikation von Wellenpaketen auf Basis der Messdaten nicht möglich. Stattdessen wird hierfür auf die Ergebnisse des Minimalmodells zurückgegriffen, da hier zusätzlich zum Gesamtsignal jedes Wellenpaket einzeln vorliegt. Mithilfe dieser Einzelsignale lassen sich Positionen festlegen, an denen innerhalb der gemessenen Signale Maxima gesucht werden. Sind die Maxima definiert, können die Abweichungen bezüglich Amplitude und Laufzeit bestimmt werden. Hierzu wird der Betrag der Differenz von experimentellen und analytischen Werten gebildet und in das Verhältnis zur den experimentellen Wert gesetzt.

$$\text{relative Abweichung} = \frac{|\text{Minimalmodell} - \text{Experiment}|}{\text{Experiment}} \quad (6.5)$$

Die Diagramme in Abb. 6.23 zeigen die Abweichungen aller Maxima bezüglich Amplitude und Laufzeit. Jeder Datenpunkt lässt sich über Symbol und Farbe einem Auswertepunkt zuordnen. Als Alternative zum arithmetischen Mittel werden die Werte mithilfe des Medians zusammengefasst, da damit der Einfluss einzelner Ausreißer verringert wird. Die Verteilung der Werte bestätigt die beobachteten Diskrepanzen bezüglich der Amplitude. Hierbei konzentrieren sich die Abweichungen größtenteils zwischen 0 und 100%, liegen aber teilweise auch weit darüber. Der Median befindet sich je nach Ort der Anregung bei 60% bzw. 68%. Bei den Laufzeiten liegen die Werte dagegen immer unterhalb von 30% mit einem Median von weniger als 3%.

Anhand ausgewählter Signale soll im Folgenden eine detaillierter Abgleich zwischen den gemessenen und den berechneten Signalen erfolgen. Zunächst wird mit dem Auswertepunkt an den Koordinaten (291, 191) ein Signal gewählt, das bei Anregung auf der linken Plattenseite gute Übereinstimmungen aufweist (Abb. 6.24g). Die Nähe zum Aktor und die geringe Dämpfung in Richtung des direkten Pfads zwischen Aktor und Messpunkt führt zu einer hohen Amplitude des primären A_0 -Wellenpaketes. In Folge dessen ist kaum Rauschen im Messsignale zu erkennen, was mit dem vergleichsweise hohen Signal-Rausch-Abstand von $Q=17,7$ korreliert. Statt des Gesamtsignals zeigt Abb. 6.28 die mit dem Minimalmodell berechneten individuellen Wellenpakete und die zugehörigen Pfade. Der Übersichtlichkeit

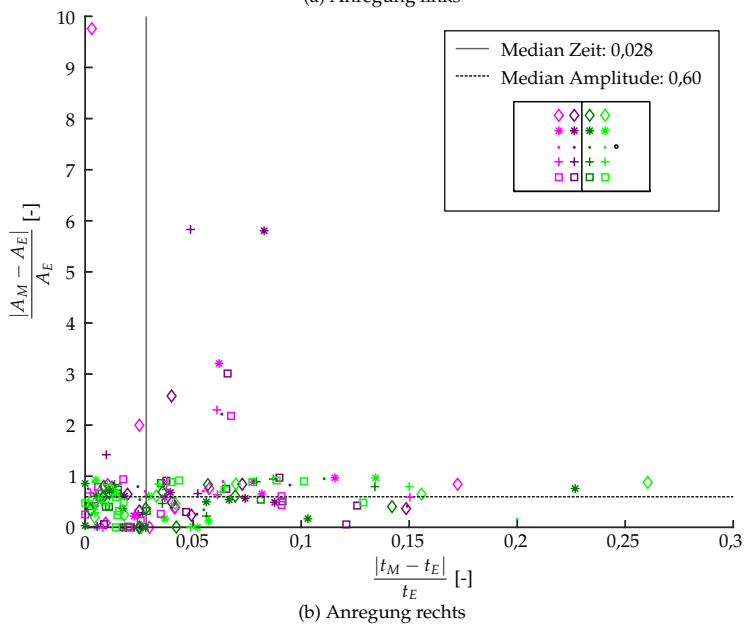
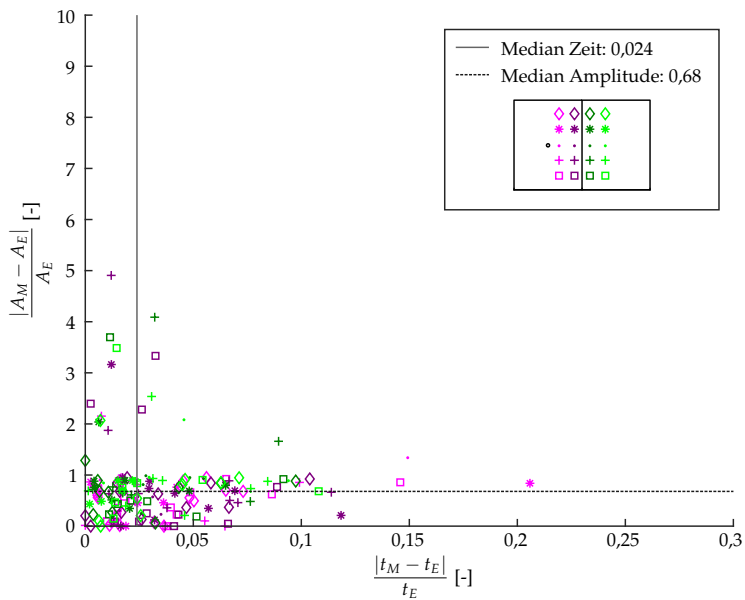


Abbildung 6.23: relative Abweichung der Ergebnisse des Minimalmodell vom Experiment

wegen sind nur Pfade dargestellt, deren Signalanteile eine Amplitude von mindestens 1% des Signalmaximums überschreiten. In der Legende ist für jedes Wellenpaket der Winkel des Strahlsegments am Aktor und der Mode für alle Segmente angegeben. Die ersten beiden Pfade ($-54^\circ | A_0$) und ($-54^\circ | S_0$) besitzen nur ein Segment und entsprechen damit der direkten Verbindung zwischen Aktor und Sensor, die durch die primären Wellenfronten zurückgelegt wird. Der letzte Pfad ($-172^\circ | S_0-S_0-A_0$) besteht in diesem Beispiel dagegen aus drei Segmenten. Zunächst wird der primäre S_0 -Mode am linken Plattenrand reflektiert, bevor an der Unstetigkeit eine Modenkonversion zum A_0 -Mode stattfindet.

Eine Zuordnung einzelner Bestandteile des experimentell bestimmten Signals zu Wellenfronten, Moden und zurückgelegten Strecken ist aktuell nur durch eine manuelle Auswertung des animierten Wellenfeldes möglich. Eine Darstellung dieser Animation ist zwar in der vorliegenden Publikationsform nicht möglich, in Anhang A.3 befindet sich jedoch eine Auswahl an Standbildern, um die Nachvollziehbarkeit der hier getroffenen Aussagen zu gewährleisten. Es lässt sich feststellen, dass die berechneten Wellenpakete eine passende Entsprechung im experimentellen Signal besitzen, die auch bezüglich der genannten Merkmale übereinstimmen. Neben einem geringen zeitlichen Versatz liegt der größte Unterschied erneut in den Amplitudendifferenzen. Das Wellenpaket ($-170^\circ | A_0-A_0$) ab $400 \mu\text{s}$ ist die Reflexion des A_0 -Modus vom linken Plattenrand. In den Messdaten kann dieser Ausbreitungspfad ebenfalls nachvollzogen werden. Der Abschnitt dieser Wellenfront der den Auswertepunkt überquert unterliegt allerdings einem ausgeprägten Amplitudenabfall infolge von Materialdämpfung. Die im Minimalmodell verwendete richtungsabhängige Dämpfung ist demnach für diese Ausbreitungsrichtung zu niedrig. Ein weiterer Unterschied ist im Signalbereich zwischen $450 \mu\text{s}$ und $500 \mu\text{s}$ erkennbar, in dem das Minimalmodell keine relevanten Amplituden berechnet. In den Messergebnissen ist dagegen eine doppelte Reflexion des A_0 -Modus in der Innenkante bei den Koordinaten (440, 0) sichtbar. Im Minimalmodell wird diese Reflexion nicht erfasst, da der entsprechende Strahl vorher vom Aktor ausgehend mit dem Sensor interagiert. Im Minimalmodell verdeckt das Primitiv des Sensors demnach einen der relevanten Pfade.

Größere Abweichungen zeigen sich unter anderem am Auswertepunkt (591, 392) bei Anregung auf der linken Plattenseite (Abb. 6.25d). Wie bereits zuvor, lassen sich auch in Abb. 6.29 zu jedem analytisch bestimmten Wellenpaket Entsprechungen im gemessenen Wellenfeld finden. Im gemessenen Signal sind kleinere Wellenpakete jedoch schwer zu identifizieren, da sich das Signal durch ein gewisses Grundrauschen auszeichnet. Dass diese Störung eine Folge des Messverfahrens ist, lässt sich an den Signalanteilen zu Beginn der Messung erkennen. Der transmittierte S_0 -Mode hat die geringste Laufzeit zwischen Aktor und Sensor. Dementsprechend sollten vor seiner Ankunft bei etwa $90 \mu\text{s}$ keine Ausschläge im Signal vorhanden sein. Die sichtbar schlechte Signalqualität korreliert mit dem niedrigen SNR von $Q=1,2$. Nur stärker ausgeprägte Wellenpakete heben sich von diesem Rauschen ab und lassen sich bezüglich der Amplitude analysieren. Dies trifft auf den transmittierten A_0 -Mode ($14^\circ | A_0-A_0$) sowie den aus der Modenkonversion des primären S_0 -Modus entstandenen A_0 -Mode ($23^\circ | S_0-A_0$) zu. Amplitudenunterschiede zwischen gemessenen und berechneten Wellenpaketen lassen sich hier nicht allein auf eine inkorrekte Dämpfungsverteilung zurückführen, da beide Pfade nahezu identische sind und im Modell ähnlicher Dämpfung unterliegen. Die Ursache für die Abweichung ist stattdessen bei den Interaktionskennwerten zu suchen, die für die Modenkonversion zu hoch oder für die Transmission zu niedrig sind. Von generell fehlerhaften Interaktionskennwerten ist nicht auszugehen, da in Abb. 6.24 bis 6.27 die berechneten Amplituden tendenziell mit den gemessenen übereinstimmen; insbesondere wenn Auswertepunkte und Anregung auf der gleichen Plattenseite liegen. Vielmehr ist anzunehmen, dass die berechneten Kennwerte, wie bereits in Abschnitt 6.3.2 diskutiert, einer begrenzten Streuung unterliegen.

Die Beobachtungen aus diesen beiden Signalen treffen in ähnlicher Form auch auf die üb-

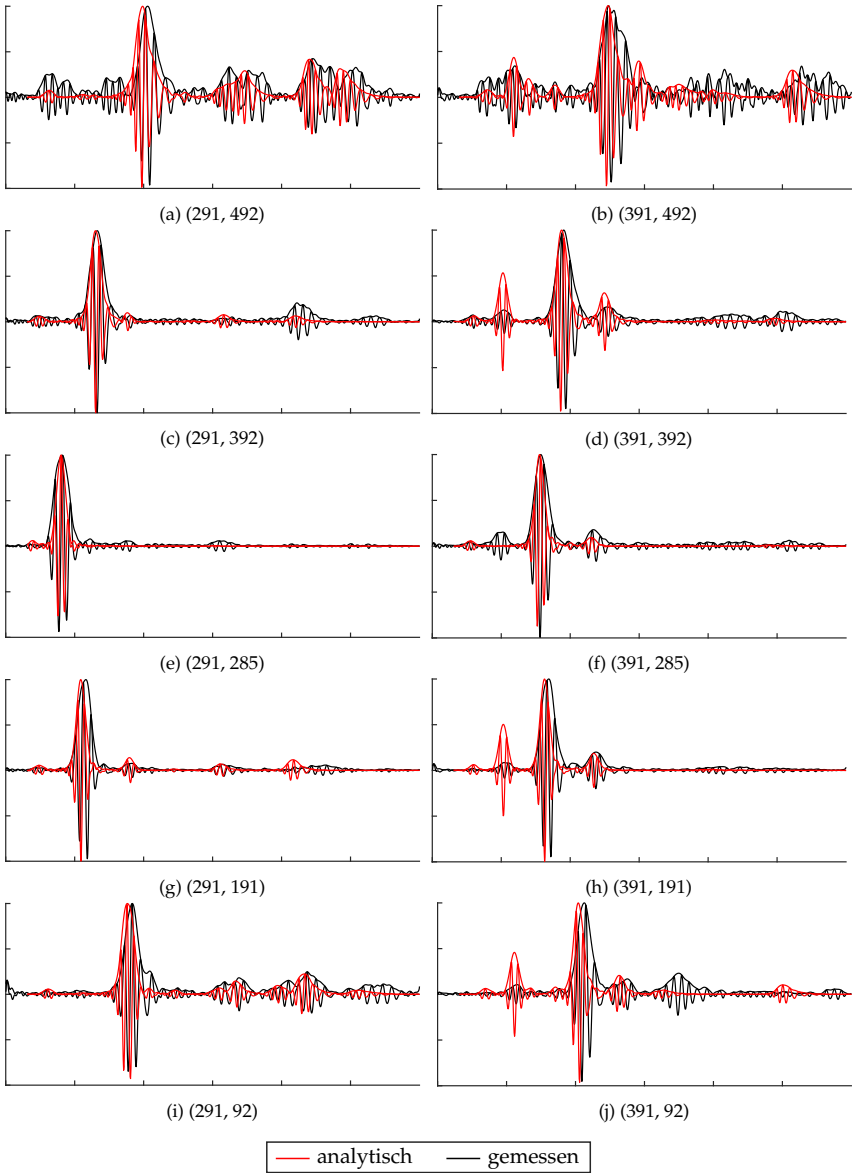


Abbildung 6.24: Signale auf der linken Plattenhälfte bei Anregung auf der linken Plattenhälfte, normierte Amplitude A (-1 bis 1) über Zeit t (0 bis 600 μs)

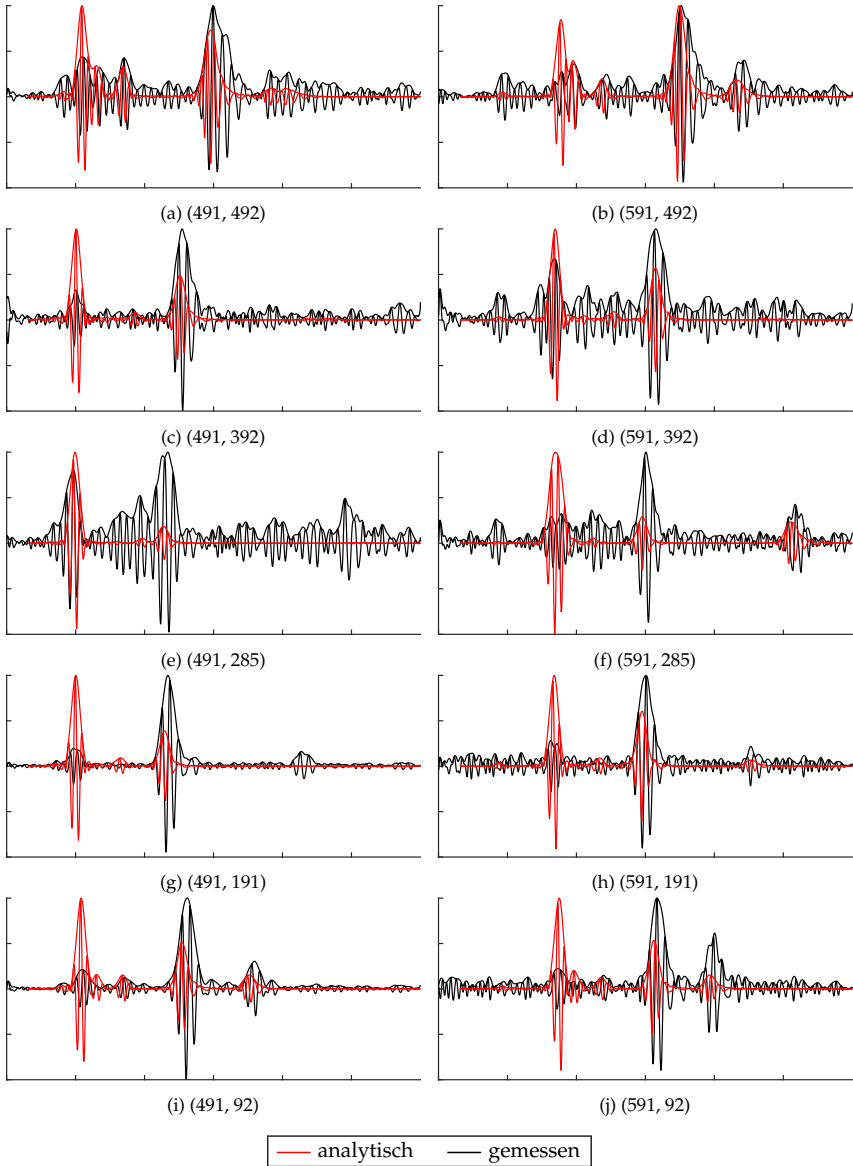


Abbildung 6.25: Signale auf der rechten Plattenhälfte bei Anregung auf der linken Plattenhälfte, normierte Amplitude A (-1 bis 1) über Zeit t (0 bis 600 μs)

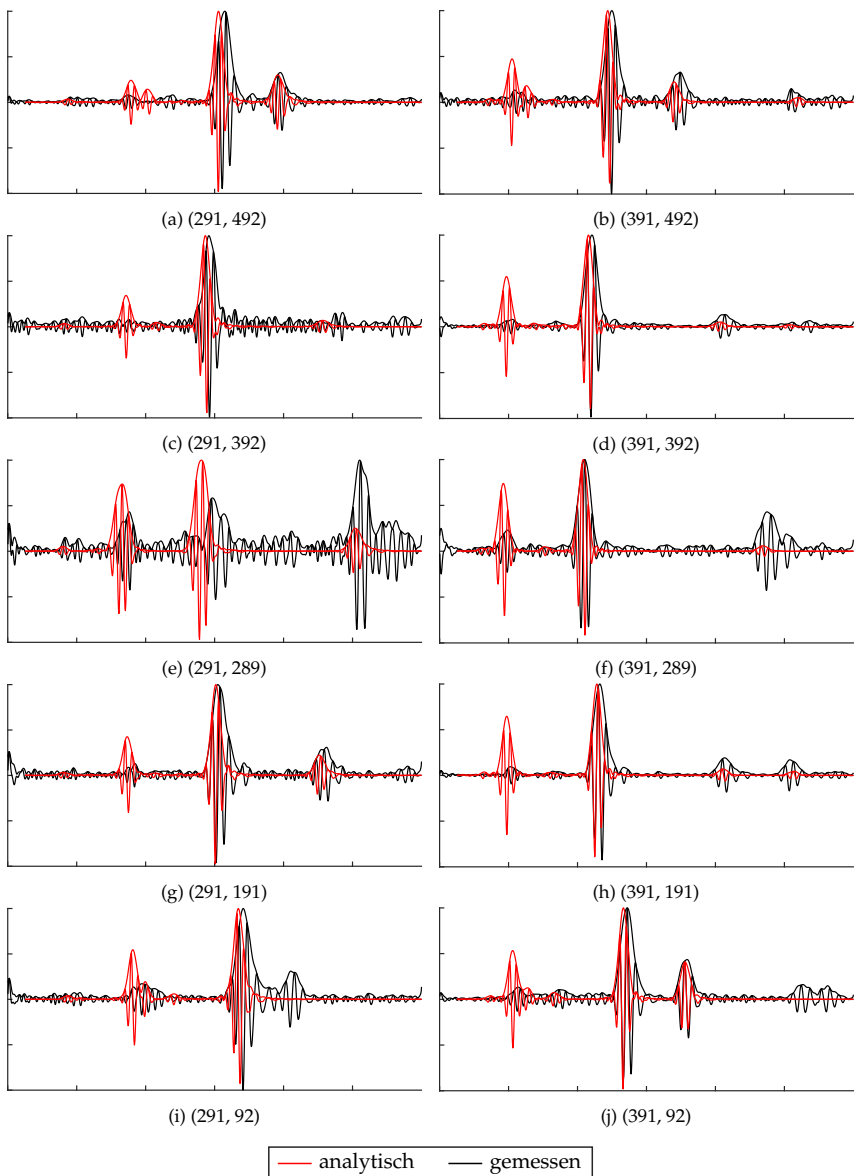


Abbildung 6.26: Signale auf der linken Plattenhälfte bei Anregung auf der rechten Plattenhälfte, normierte Amplitude A (-1 bis 1) über Zeit t (0 bis 600 μs)

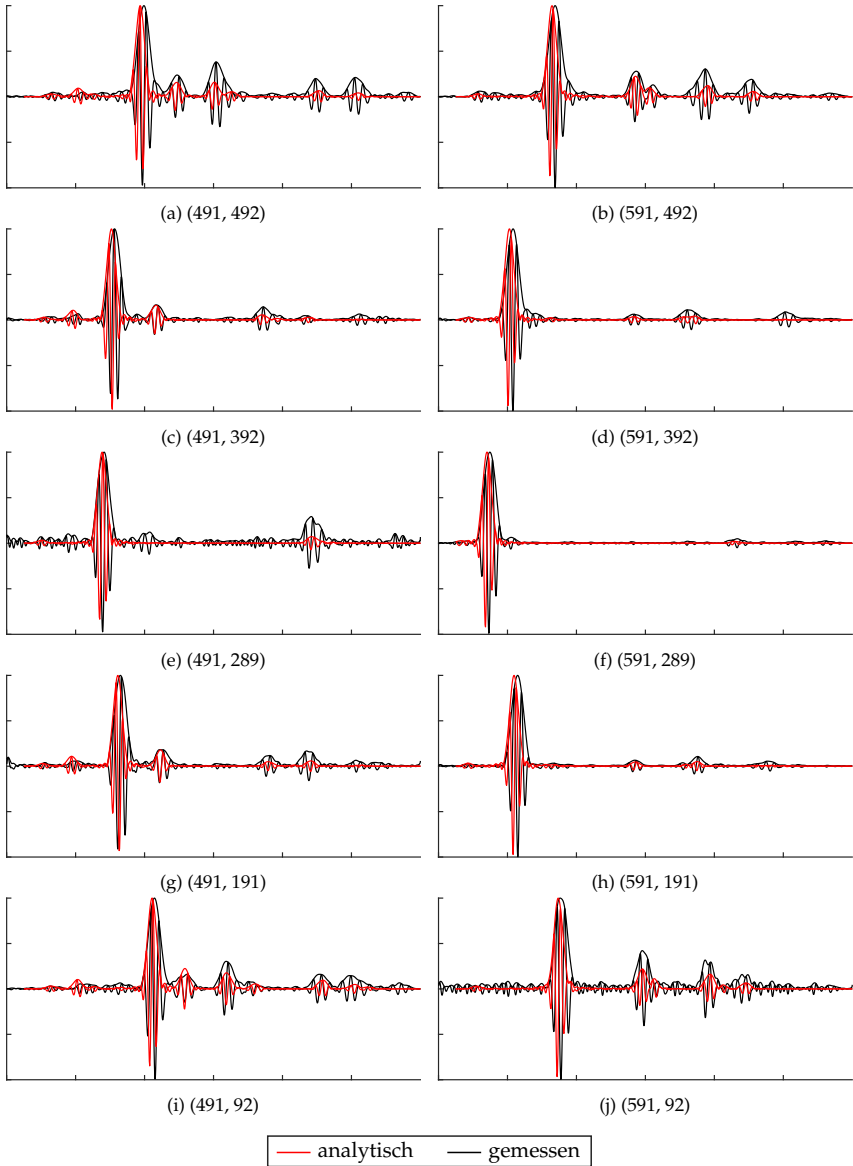
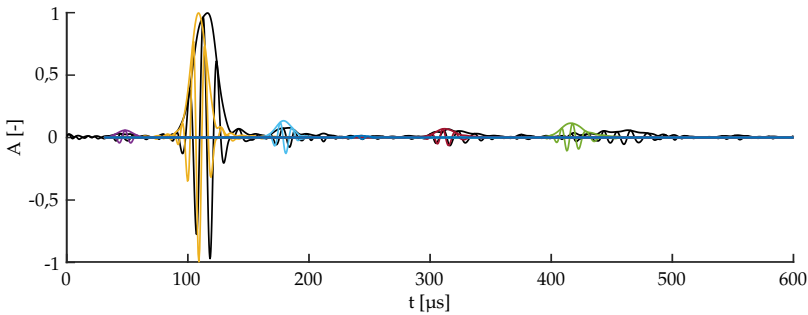
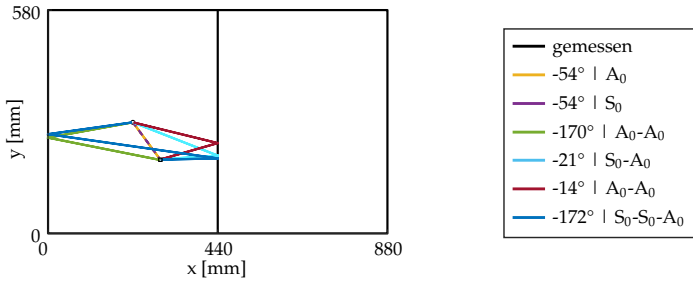


Abbildung 6.27: Signale auf der rechten Plattenhälfte bei Anregung auf der rechten Plattenhälfte, normierte Amplitude A (-1 bis 1) über Zeit t (0 bis 600 μs)



(a) gemessenes Signal und berechnete Wellenpakete



(b) Pfade

Abbildung 6.28: Signale und Pfade bei (291, 191), Anregung links

rigen Signale zu. Ein Effekt der sich dagegen auf Basis der vorhandenen Daten nur schwer nachweisen lässt, ist die fehlerhafte Überlagerung von zwei oder mehr Wellenpaketen. Zu erwarten ist, dass eine inkorrekt abgebildete Interferenz zu deutlichen Abweichungen zwischen experimentellen und analytischen Signalen führen kann. Hierbei bestimmt die Phasenlage der beteiligten Wellenpakete in Kombination mit der Position des Auswertepunktes, ob es zu einer konstruktiven oder destruktiven Interferenz kommt. Bereits geringe Positionsunterschiede von weniger als einer halben Wellenlänge können erheblichen Einfluss auf die resultierende Amplitude haben. Abweichungen infolge von Interferenz lassen sich allerdings nur schwer nachvollziehen, da bei den experimentell bestimmten Signalen die hierfür erforderlichen Informationen bezüglich der beteiligten Wellenpakete fehlen. Unabhängig vom verwendeten Berechnungsverfahren erfordert die korrekte Abbildung dieses Effekts eine sehr präzise Modellierung, die insbesondere bei komplexen Strukturen nur schwer zu realisieren ist. Ein Umstand, der jedoch spezifisch für das Minimalmodell ist, sind die fehlenden Informationen hinsichtlich der Phasenänderungen bei Interaktionen. Damit kann es selbst bei einer exakten Modellierung des Bauteils unter Umständen zu einer fehlerhaften Überlagerung und damit zu Amplitudenabweichungen im Gesamtsignal kommen.

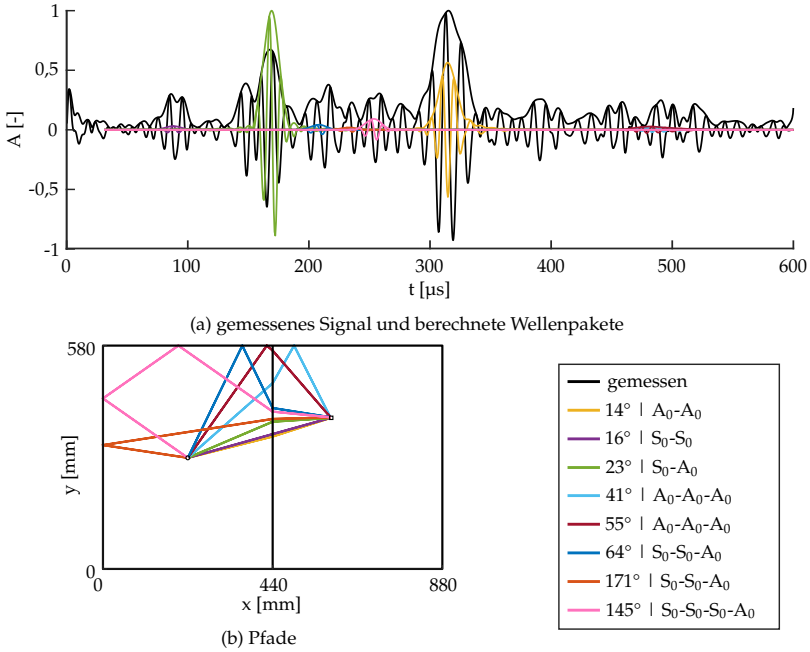


Abbildung 6.29: Signale und Pfade bei (591, 392), Anregung links

6.3.4 Diskussion der Ergebnisse

Der Abgleich des Minimalmodells mit numerischen und experimentellen Ergebnissen zeigt sowohl das Potential als auch die Grenzen des Verfahrens in seiner aktuellen Form. Bei isotropen Plattenmaterialien können mit der Signalsynthese Wellenpakete bezüglich Laufzeit und Form nahezu fehlerfrei wiedergegeben werden. Verbesserungspotential besteht dagegen insbesondere im Bereich der Interaktionskennwerte. Deren Berechnung mit der FEM ist mit Unsicherheiten behaftet, was zu Amplitudendiskrepanzen infolge von Interaktionen führen kann. Zusätzlich enthalten die Kennwerte keine Phaseninformation, womit sich entsprechende Abweichungen bei den Wellenpaketen ergeben. Bezogen auf einzelne Wellenpakete stellt dies kein Problem dar, da das Minimalmodell als Näherungsverfahren primär für die Vorhersage von Amplituden und Laufzeiten ausgelegt ist. Allerdings können fehlende Phaseninformationen bei der Überlagerung der Wellenpakete zu fehlerhaften Amplituden im Gesamtsignal führen. Die vom Minimalmodell verwendeten Interaktionskennwerte scheinen prinzipiell geeignet, um Amplitudenänderungen an Unstetigkeiten abzubilden, was die **1. Arbeitshypothese** bestätigt. Auch Phasenänderungen lassen sich in der Signalsynthese abbilden, wenn die erforderlichen Informationen ermittelt werden können. Ein wichtiger Schritt zur Verbesserung des Verfahrens wäre demnach der Wechsel vom bisher genutzten FEM-basierten Ansatz zu einer Alternative, die beide Interaktionseigenschaften zuverlässig bestimmen kann (siehe Abschnitt 4.1).

Insbesondere bei Verbundwerkstoffen mit Kunststoffmatrix ist Materialdämpfung ein zusätzlicher Faktor mit entscheidendem Einfluss auf die Amplitude. Die Dämpfungsei-

genschaften zeigen auch bei Platten mit quasi-isotropem Laminataufbau eine starke Richtungsabhängigkeit. Um Amplitudenänderungen während der Wellenausbreitung mit hoher Genauigkeit abbilden zu können, müssen die Dämpfungseigenschaften mit einer entsprechenden Genauigkeit vorliegen. Analytische Ansätze scheinen allerdings nicht geeignet, um stark ausgeprägte Richtcharakteristiken wiederzugeben. Eine experimentelle Bestimmung der gesuchten Kennwerte auf Basis des Wellenfeldes ist prinzipiell möglich, jedoch mit erhöhtem Aufwand verbunden. Andere Schwächungseffekte müssen entfernt und einzelne Wellenpakete identifiziert werden, um Kennwerte in Abhängigkeit der Moden zu erhalten. Ohne diese Möglichkeiten lassen sich die Dämpfungseigenschaften der Materialien aktuell nur näherungsweise angeben. Im Vergleich mit ungedämpften Materialien liefern diese vereinfachten Kennwerte jedoch eine gesteigerte Genauigkeit.

Die Berechnung der Wellenausbreitung mithilfe des Minimalmodells erweist sich als ein sehr wirkungsvoller Ansatz, der mit vergleichsweise geringem Aufwand gute Übereinstimmungen bezüglich der Wellenlaufzeiten erzielt. Die beobachteten Abweichungen bezüglich der Amplitude lassen sich in vielen Fällen auf Teilaspekte des verwendeten Verfahrens zurückführen und sind demnach mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht die Folge eines fehlerhaften Modellierungsansatzes. Dies spricht dafür, dass die Abbildung von plattenartigen Strukturen als Kombination von homogenen Flächen und linienhaften Unstetigkeiten sowohl für isotrope wie auch quasi-isotrope Materialien möglich ist. Damit kann nicht nur die **2. Arbeitshypothese** sondern auch die **3. Arbeitshypothese** als bestätigt angesehen werden.

Der Abgleich mit experimentellen und numerischen Ergebnissen zeigt jedoch auch Grenzen und Verbesserungsmöglichkeiten im Bereich der Modellbildung. Eine Herausforderung stellen insbesondere flächige Strukturbereiche mit inhomogenen Eigenschaften dar. Lässt sich der Einfluss einer solchen Fläche auf die Wellenausbreitung nicht homogenisieren, ist eine Abbildung mit dem vorgestellten Verfahren in seiner aktuellen Form nicht oder nur mit deutlich erhöhtem Aufwand möglich. Zusätzlich verliert das Minimalmodell seinen Effizienzvorsprung gegenüber FEM-basierten Verfahren, wenn Signale für eine größere Anzahl an Punkten auf der Struktur bestimmt werden sollen. Ein weiterer Nachteil der verwendeten Raytracingimplementierung ist die Notwendigkeit, Strahlziele als Primitive zu modellieren. Diese Sensorprimitive können in Ausnahmefällen zu einer Verdeckung von relevanten Pfaden führen. Beide Punkte lassen sich allerdings durch eine Umgestaltung des Programmablaufs beheben. Möglichkeiten das Verfahren in diesen Punkten anzupassen werden in Abschnitt 7.2 diskutiert.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Eine kontinuierliche Strukturüberwachung mithilfe von Lamb-Wellen stellt einen vielversprechenden Ansatz dar, um Inspektions- und Wartungsvorgänge zukünftig bedarfsgerecht durchführen zu können. Allerdings wird die Entwicklung von SHM-Systemen durch einen Mangel an effizienten Simulationswerkzeugen gehemmt. Die Größe und Komplexität aktueller Luftfahrtstrukturen stellt eine besondere Herausforderung für etablierte Berechnungsmethoden, wie der FEM, dar. Die geringen Wellenlängen der Lamb-Wellen und die transiente Natur der dynamischen Prozesse führt zu einer hohen Zahl von Freiheitsgraden und Zeitschritten. Fortschrittliche Verfahren, die wie die FEM auf eine Diskretisierung setzen, sind trotz höherer Effizienz weiterhin nicht geeignet, um eine großflächige Wellenausbreitung abzubilden. Analytische und semi-analytische Verfahren vermeiden das Problem der Diskretisierung homogener Strukturbereiche, verlieren jedoch stark an Effizienz mit einer zunehmenden Zahl an Unstetigkeiten.

Die Grundannahme dieser Arbeit ist, dass sich der Einfluss von Unstetigkeiten auf die Wellenausbreitung mit einem stark reduzierten Modell wiedergeben lässt (**Forschungsthese**). Hierzu wird ein Ansatz gewählt, der Unstetigkeiten bezüglich ihrer Interaktionsarten Transmission, Reflexion und Modenkonversion beschreibt (**1. Arbeitshypothese**). Eine starke Modellreduktion wird jedoch erst durch eine Aufteilung der Geometrie in homogene Bereiche und Unstetigkeiten möglich (**2. Arbeitshypothese**). Hierbei werden im Modell nur die Kennwerte hinterlegt, die minimal erforderlich sind, um die Wellenausbreitung zu beschreiben. Zur Simulation aktueller Luftfahrtstrukturen ist dieses Minimalmodell sowohl für isotrope Materialien auch quasi-isotrope Lamine ausgelegt (**3. Arbeitshypothese**). Die Ausbreitung der Wellen in einer plattenartigen Struktur wird mithilfe von Raytracing in einem 2D-Modell abgebildet. Als Ergebnis sind die Pfade der Wellenausbreitung zwischen einer Aktor- und einer Sensorposition bekannt. Jeder Pfad entspricht einem Wellenpaket, dessen Verhalten im Zeitbereich mit der Signalsynthese bestimmt werden kann. Das Zeitsignal an der Zielposition ergibt sich anschließend aus der Überlagerung der einzelnen Wellenpakete jedes Pfades. Die vorgeschlagene Methodik zeichnet sich durch einen drastisch reduzierten Berechnungsaufwand verglichen mit FEM-basierten Verfahren aus. Nachteile des gewählten Simulationsansatzes sind eine geringere Flexibilität bei der Modellierung und das Erfordernis einer vorhergehenden Berechnung der benötigten Kennwerte.

Eine Herausforderung des gewählten Ansatzes stellt insbesondere die Berechnung der Interaktionskennwerte der Unstetigkeiten dar. Mit Hilfe einer detaillierten FE-Simulation des Interaktionsvorgangs werden Parameter bestimmt, die die Amplitudenänderung bei Transmission, Reflexion und Modenkonversion beschreiben. Ein Vergleich der Ergebnisse des Minimalmodells mit experimentell und numerisch bestimmten Signalen zeigt Abweichungen insbesondere bezüglich der Amplitude, die größtenteils durch eine Streuung der Interaktionskennwerte verursacht wird. Für diesen Vergleich werden sowohl Aluminiumplatten als auch quasi-isotrope CFK-Platten verwendet. Im Fall von CFK ist richtungsabhängige Dämpfung ein zusätzlicher Einflussfaktor, der sich merklich auf die Amplitude auswirkt, aber nur schwer zu bestimmen ist. Laufzeiten der Wellenpakete werden dagegen auf beiden Plattenmaterialien vom Minimalmodell zuverlässig vorhergesagt. Es lässt sich feststellen, dass das Prinzip des Minimalmodells trotz der beobachteten Abweichungen geeignet ist, um Wellenausbreitungsvorgänge in quasi-isotropen Platten abzubilden. Die auftretenden

Diskrepanzen sind keine Folge des zugrundeliegenden Berechnungsansatzes, sondern werden durch die Verfahren verursacht, die die Kennwerte bestimmen. Unabhängig davon, weist das Minimalmodell Limitierungen bezüglich der modellierbaren Geometrien auf. Insbesondere mehrfach gekrümmte Strukturen und Geometrien, die Wellenpfade außerhalb der Grundplatte ermöglichen, lassen sich mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Programmversion nicht abbilden. Entsprechende Geometrien können prinzipiell mit dem gewählten Ansatz simuliert werden, was jedoch eine Anpassung des Raytracing-Modells und der zugrundeliegenden Algorithmen erfordert. Die Beschränkung auf linienhafte Inhomogenitäten lässt sich hingegen nur schwer aufheben. Flächige Inhomogenitäten können beliebig komplex sein und stellen damit für jedes Simulationsverfahren eine Herausforderung dar. Für das Minimalmodell in seiner aktuellen Form ist nur die Homogenisierung als Modellierungsansatz umsetzbar. Ein alternativer Ansatz zur Abbildung flächiger Inhomogenitäten und andere Möglichkeiten zur Verbesserung des Minimalmodells werden im folgenden Ausblick diskutiert. Trotz der genannten Limitierungen können die Arbeitshypothesen und damit auch die **Forschungsthese** als bestätigt angesehen werden.

7.2 Ausblick

Das in dieser Arbeit vorgestellte Minimalmodell stellt einen vollkommen neuartigen Ansatz zur näherungsweise Vorhersage von Wellenausbreitungsvorgängen in Luftfahrtstrukturen dar. Durch diese Neuartigkeit existiert eine Vielzahl an Variablen, deren Einfluss auf Genauigkeit und Effizienz des Verfahrens unbekannt ist. In dieser Arbeit kann nur ein kleiner Teil dieser Einflussgrößen behandelt werden und es besteht ein entsprechend großes Potential für weiterführende Untersuchungen und Verbesserungen dieser Simulationstechnik.

Die Berechnung von Zeitsignalen mit dem Minimalmodell erweist sich als effizienter Ansatz, der insbesondere bezüglich Laufzeiten gute Ergebnisse liefert. Die Berechnung von Amplituden ist dagegen deutlich fehleranfälliger. Die Ursachen hierfür sind nicht im Simulationsansatz des Minimalmodells sondern im Pre-Processing zu suchen (siehe Abb. 5.2 auf Seite 46). Eine deutliche Verbesserung der Genauigkeit der Ergebnisse ist zu erwarten, wenn statt der FEM eine alternative Methode zur Berechnung der Interaktionsparameter verwendet wird. Eine Auswahl an prinzipiell geeigneten Berechnungsverfahren ist in Abschnitt 4.1 aufgeführt. Neben der zu erwartenden erhöhten Genauigkeit bieten diese Verfahren zusätzlich spektrale Informationen sowohl bezüglich der Amplituden- als auch der Phasenänderungen an der Unstetigkeit. In diese Arbeit wird angenommen, dass Unstetigkeiten linienhaft sind, also keine Ausdehnung in Querrichtung haben und als Konsequenz die Interaktionskennwerte unabhängig von der Richtung des Welleneinfalls sind. Da Übergänge in realen Strukturen immer eine gewisse Ausdehnung besitzen, wäre es sinnvoll diesen Einfluss in zukünftigen Arbeiten zu untersuchen. Hierbei ist sowohl der Einfluss einer Approximation als Linie als auch eine eventuelle Richtungsabhängigkeit von Interesse.

Auch die richtungsabhängige Materialdämpfung von CFK-Laminaten hat einen entscheidenden Einfluss auf die Amplituden der Signale. Die verwendeten Kennwerte auf Basis von Messwerten sind jedoch mangelhaft, da unter anderem nicht zwischen den Moden unterschieden wird. Die Bestimmung geeigneter Dämpfungswerte stellt ein generelles Problem bei der Modellierung von Verbundmaterialien dar und ist nicht spezifisch für das Minimalmodell. Dennoch stellt sich die Frage, ob es möglich ist, die erforderlichen Kennwerte zuverlässiger zu ermitteln. Denkbar ist neben einem analytischen Vorgehen, vergleichbar mit dem in Abschnitt 6.3.3 erwähnten Ansatz, auch eine detailliertere experimentelle Analyse des Dämpfungsverhaltens.

Das Minimalmodell selbst kann ebenfalls in vielen Aspekten verbessert werden. Dies

führt jedoch nicht primär zu einer Erhöhung der Genauigkeit, sondern ermöglicht eine größerer Flexibilität bei der Modellierung und eine weiter gesteigerte Effizienz. Bereits bei einer professionellen Umsetzung des bestehenden Programmcodes in einer höheren Programmiersprache, wie C++, statt der verwendeten Skriptsprache Matlab, kann mit einer erhöhten Simulationsgeschwindigkeit gerechnet werden. Weiterhin bestehen beim Programmablauf des Minimalmodells Möglichkeiten zur Optimierung. Beispielsweise verwendet der Raytracing-Algorithmus eine Vielzahl an Schleifen, deren Durchläufe einen Großteil der Berechnungsdauer ausmachen. Dies kann unter Umständen auch mit Matrixoperationen gelöst werden und den Prozess deutlich beschleunigen. Hierbei ist jedoch mit einem Anstieg des Speicherbedarfs zu rechnen.

Einschränkungen des Minimalmodells bezüglich der abbildbaren Geometrien basieren hauptsächlich auf dem beim Raytracing verwendeten 2D-Modell. Dieses erlaubt nur die Wellenausbreitung in einer Ebene, wodurch keine Strukturelemente zulässig sind, die zu Wellenpfaden außerhalb dieser Ebene führen. Ein Beispiel für ein solches Element ist der Omega-Stringer in Abb. 4.1 auf Seite 28. Mit einem Wechsel von einem 2D-Modell zu einem Flächenmodell könnte dieses Problem gelöst werden, ohne dass Leistungseinbußen zu befürchten sind. Das Zusammenfügen einzelner zweidimensionaler Flächenelemente im dreidimensionalen Raum erlaubt die Abbildung einer Vielzahl von Geometrien. Die einzelnen Flächen entsprechen hierbei den in Abschnitt 5.3.2 beschriebenen Primitiven. Die Flächen geben weiterhin plattenartige Strukturbereiche wieder, was das Flächenmodell von einem vollwertigen 3D-Modell unterscheidet. Damit einhergehend ist es sinnvoll Primitive nur noch nebeneinander anzuordnen. Im bisher verwendeten 2D-Modell liegen diese häufig übereinander, was eine Zuordnung eines Strahls zu einem Primitiv deutlich erschwert, sobald der Strahl aus einem Primitiv austritt. Für ein so aufgebautes Modell muss die Verbindung benachbarter Primitive als zusätzliche Topologieinformation hinterlegt sein. Zusätzlich sind für ein solches Flächenmodell Interaktionskennwerte zu definieren, die Unstetigkeiten mit mehreren angrenzenden Primitiven wiedergeben.

Der bisherige Ablauf des Raytracing erfordert für jede Sensorposition, an der Signale berechnet werden sollen, einen kompletten Durchlauf des Minimalmodells (siehe Abb. 5.5 auf Seite 55). Hierdurch ist eine Berechnung vieler Signale innerhalb einer Struktur sehr zeitaufwändig. Die Definition mehrerer Sensoren in einem Durchlauf ist nicht empfehlenswert, da diese als Primitive modelliert sind und zu einer Verdeckung von Pfaden führen können. Eine Alternative ist der komplette Verzicht auf eine Modellierung der Sensoren. Stattdessen kann im Anschluss an das Raytracing für jeden Strahl der Abstand zu den Sensorpositionen überprüft werden. Liegt dieser Abstand unterhalb einer zu definierenden Toleranz, ergibt sich ein neuer Pfad.

Die Abbildung flächiger Inhomogenitäten mit dem Minimalmodell ist möglich, wenn die relevante Eigenschaft innerhalb dieser Fläche mit einer stetigen Funktion beschrieben werden kann. Ein Beispiel hierfür ist eine kontinuierliche Dickenänderung. Tritt ein Strahl während des Raytracings in eine solche Inhomogenität ein, muss der Strahlverlauf innerhalb der Fläche mit einem Zeitschritt-basierten Variante des Raytracings bestimmt werden. Der Einsatz eines so angepassten Raytracings führt zu weiteren Fragestellungen, wie etwa die Wahl einer geeigneten Zeitschrittweite. Als Resultat eines solchen Verfahrens ergibt sich innerhalb der Inhomogenität ein gekrümmter Strahlverlauf, der aus geraden Segmenten zusammengesetzt ist. Die zusätzliche Segmentierung eines Pfads erfordert während der Signalsynthese einen zusätzlichen Rechenschritt pro Segment. In Abhängigkeit der gewählten Zeitschrittweite kann dies einen deutlichen Anstieg des Rechenaufwands bedeuten. Folglich ist der Einsatz eines Zeitschritt-basierten Raytracings mit Hinblick auf eine maximale Effizienz des Minimalmodells zu vermeiden. Stattdessen sollten inhomogene Flächen nach Möglichkeit homogenisiert oder alternative Ansätze gesucht werden.

A Kennwerte der Platten und Wandler

A.1 Materialdaten

Die Kennwerte der Materialien in Tabelle A.1 werden sowohl für die FEM-Simulationen als auch die Berechnung der Dispersionseigenschaften der Platten verwendet. Die Kennwerte des piezoelektrischen Materials PIC255 in Tabelle A.2 sind nur für die Modellierung von Aktoren in der numerischen Simulation relevant.

Material	ρ	E_1	$E_2=E_3$	$\nu_{12}=\nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12}=G_{13}$	G_{23}
HexPly UD M21 34% T800S	1,579	171,15	7,32	0,275	0,353	4,84	2,70
Aluminium	2,7	70		0,34			
Matrixharz (Duromer)	1,272	3		0,3			
Kohlefaser Toray T800S	1,804	294	8	0,256	0,3	27,3	

Tabelle A.1: Plattenmaterialien (E und G in GPa, ρ in g/cm^3)

i,j	C_{ij} [GPa]						e_{ij} [N/Vm]		
	1	2	3	4	5	6	1	2	3
1	123,0	76,70	70,25	0	0	0	0	0	-7,15
2	76,70	123,0	70,25	0	0	0	0	0	-7,15
3	70,25	70,25	97,11	0	0	0	0	0	13,70
4	0	0	0	23,15	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	22,26	0	0	11,9	0
6	0	0	0	0	0	22,26	11,9	0	0

(a) Steifigkeit C und piezoelektrischer Ladungsmodul e

i,j	ϵ_{ij} [-]			ρ [kg/m^3]
	1	2	3	
1	930	0	0	7800
2	0	930	0	
3	0	0	857	

(b) relative elektrische Permeabilität ϵ und Dichte ρ

Tabelle A.2: Kennwerte des piezokeramischen Werkstoffs PIC255 polarisiert in Dickenrichtung 3, Kleinsignalbereich

A.2 Laminataufbau

Für die Verifikation der vorgestellten Berechnungsansätze werden neben zwei Aluminiumsechs CFK-Platten verwendet. Der Laminataufbau und die resultierende Plattendicke der CFK-Platten sind in Tabelle A.3 gelistet. Von diesen besitzt nur die Platte CFK06 eine Inhomogenität. Die Unstetigkeit in Form einer Dickenänderung wird durch eine Verdoppelung des Laminats auf der rechten Plattenhälfte realisiert. Die Platten CFK01, CFK06 und CFK10 sind quasi-isotrop aufgebaut, während die restlichen drei Platten CFK02, CFK03 und CFK04 Laminats mit stärkerer Anisotropie besitzen. Das Laminat der linken Hälfte der Platte CFK06 entspricht dem der Platte CFK01.

Bezeichnung	Laminataufbau	Dicke [mm]
CFK01	$[-45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ]_s$	1,02
CFK02	$[0^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]_s$	1,02
CFK03	$[0^\circ \ -60^\circ \ 0^\circ \ 60^\circ]_s$	1,02
CFK04	$[0^\circ \ 30^\circ \ 0^\circ \ -30^\circ]_s$	1,02
CFK06 (links)	$[-45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ]_s$	1,02
CFK06 (rechts)	$[-45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 90^\circ]_{2s}$	2,04
CFK10	$[-45^\circ \ 90^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ \ 0^\circ \ -45^\circ \ 90^\circ]_s$	2,04

Tabelle A.3: Laminataufbau der CFK-Platten aus HexPly UD M21 34% T800S

A.3 Wellenfelder auf der Platte CFK06

In Abschnitt 6.3.3 erfolgt ein Vergleich von mit dem Minimalmodell berechneten und mit einem Laservibrometer gemessenen Signalen. Dieser Abgleich basiert auf bestimmten Merkmalen der Wellenpakete, wie zurückgelegter Strecke, Laufzeit und Wellenmode. Während diese Daten im Minimalmodell zusätzlich zu den eigentlichen Signalen in den Ergebnissen vorhanden sind, müssen vergleichbare Informationen manuell aus den Messungen bestimmt werden. Hierzu werden Videos der flächigen Wellenausbreitung ausgewertet. Um die Nachvollziehbarkeit der im entsprechenden Abschnitt getroffenen Aussagen zu gewährleisten, sind in Abb. A.1 und A.2 Momentaufnahmen in einem Abstand von 50 μ s dargestellt.

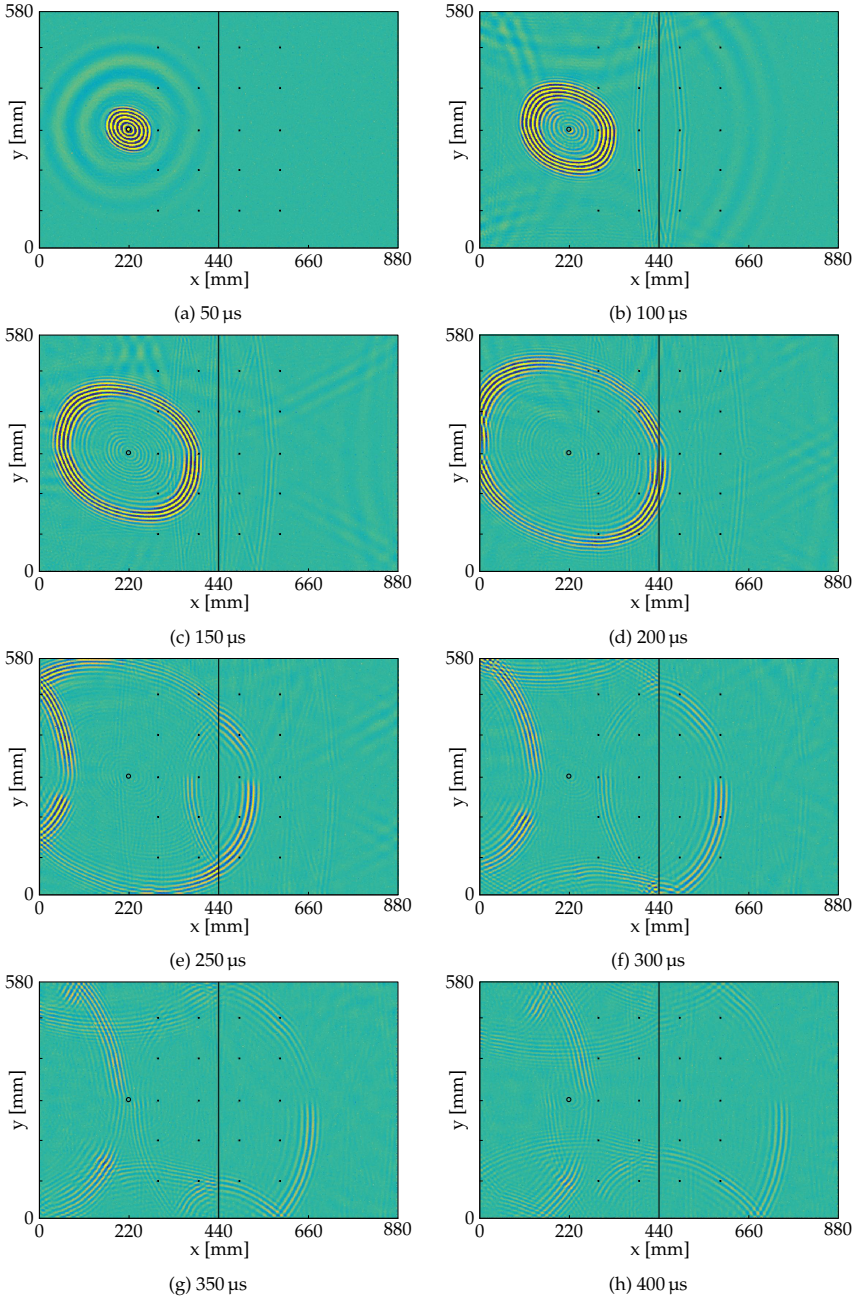


Abbildung A.1: Experimentell bestimmte Momentaufnahme der Wellenausbreitung bei Anregung auf der linken Plattenhälfte

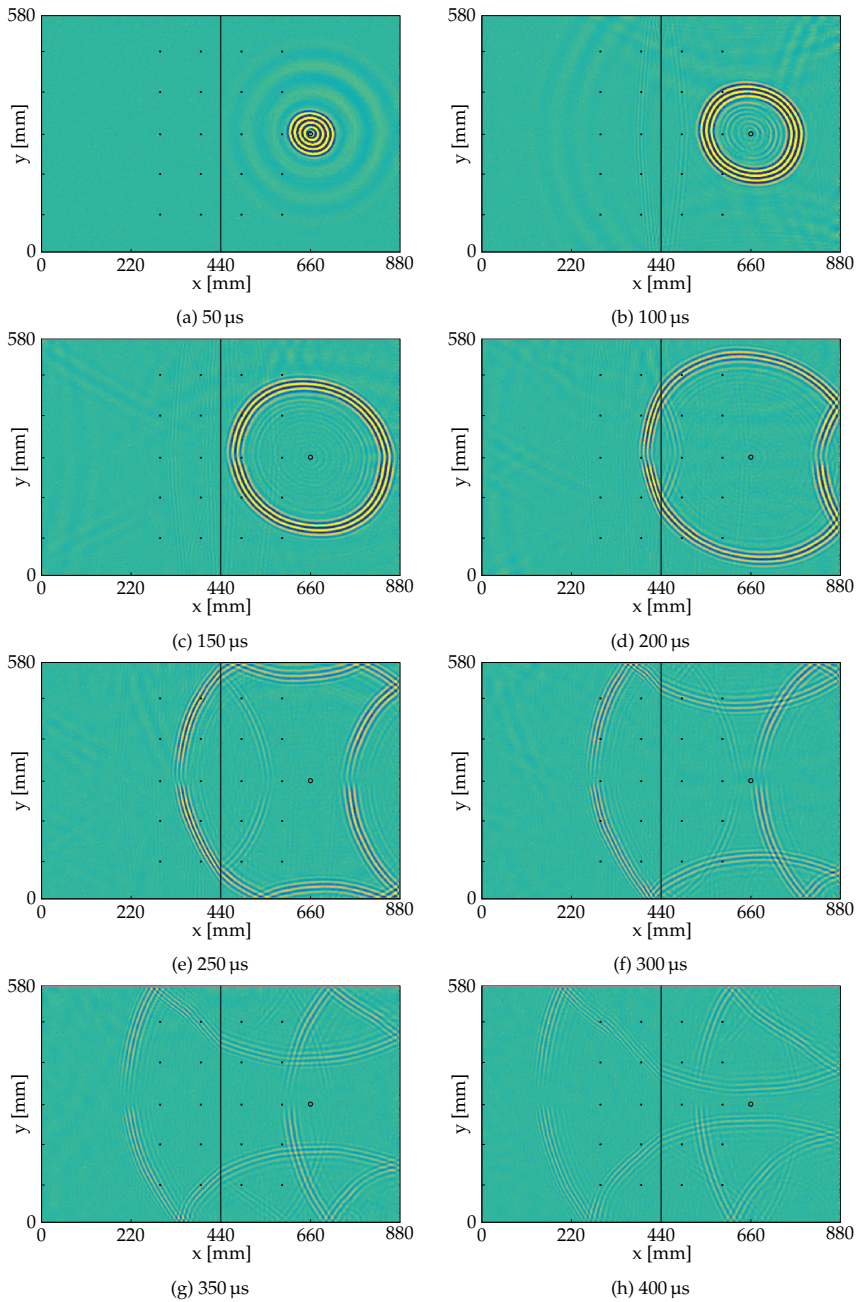


Abbildung A.2: Experimentell bestimmte Momentaufnahme der Wellenausbreitung bei Anregung auf der rechten Plattenhälfte

Literatur

- [1] Hennings, B., Neumann, M. und Lammering, R. »Continuous Mode Conversion of Lamb Waves in Carbon Fibre Composite Plates — Occurrence and Modelling«. In: *IWSHM - 9th International Workshop on Structural Health Monitoring*. 2013.
- [2] Ahmad, Z. A. B., Vivar Perez, J. M. und Gabbert, U. »Semi-Analytical Finite Element Method for Modeling of Lamb Wave Propagation«. In: *CEAS Aeronautical Journal* 4 (2013), S. 21–33.
- [3] Chillara, V. K., Ren, B. und Lissenden, C. J. »Guided wave mode selection for inhomogeneous elastic waveguides using frequency domain finite element approach«. In: *Ultrasonics* 67 (2016), S. 199–211.
- [4] Heinze, C. »Auslegung von modenselektiven Aktuatoren zur Anregung von Lambwellen in Faserverbundplatten«. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2011.
- [5] Szewieczek, A., Heinze, C., Hillger, W., Schmidt, D. und Sinapius, M. »Analysis methods of Lamb wave propagation in complex composites«. In: *6th European Workshop on Structural Health Monitoring*. 2012, S. 1–8.
- [6] Baker, A., Dutton, S. und Kelly, D. *Composite Materials for Aircraft Structures*. 2. Aufl. AIAA Education, 2004.
- [7] Schürmann, H. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [8] Worden, K., Farrar, C. R., Manson, G. und Park, G. »The fundamental axioms of structural health monitoring«. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Bd. 463. 2082. The Royal Society. 2007, S. 1639–1664.
- [9] Lamb, H. »On Waves in an Elastic Plate«. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 93.648 (1917), S. 114–128.
- [10] Worlton, D. C. »Experimental Confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies«. In: *Journal of Applied Physics* 32.6 (1961), S. 967–971.
- [11] Viktorov, I. A. *Rayleigh and Lamb Waves: Physical Theory and Applications*. Plenum Press, New York, 1967.
- [12] Firestone, F. A. und Ling, D. S. *Report on the propagation of waves in plates: Lamb and Rayleigh waves*. Sperry technical report, 50-6001. Danbury, Conn.: Sperry Products, Inc., 1950.
- [13] Moroney, R. M., White, R. M. und Howe, R. T. »Microtransport induced by ultrasonic Lamb waves«. In: *Applied Physics Letters* 59.7 (1991), S. 774–776.
- [14] Möser, M. und Kropp, W. *Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer-Verlag, 2010.
- [15] Hamstad, M. A. »Some Observations on Rayleigh Waves and Acoustic Emission in Thick Steel Plates«. In: *J. Acoustic Emission* 27 (2009), S. 114–136.

- [16] Bushell, A. C., Edwards, C. und Palmer, S. B. »Laser-generated Surface Waves on Plates of Varying Thickness«. In: *British Journal of Non-destructive Testing* 33.4 (Apr. 1991), S. 177–182.
- [17] Schmidt, D. »Modenselektive Übertragung von Lambwellen in Faserverbundstrukturen«. DLR-Forschungsbericht. Doktorarbeit. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2014.
- [18] Szewieczek, A. »Simulativ-experimentelle Auslegungsmethodik für Sensornetzwerke einer strukturierten Zustandsüberwachung«. DLR-Forschungsbericht. Doktorarbeit. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2016.
- [19] Raddatz, F. »Lokalisierung der Interaktionsorte von Lambwellen in komplexen Faserverbundstrukturen«. DLR-Forschungsbericht. Doktorarbeit. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2016.
- [20] Torres-Arredondo, M., Jung, H. und Fritzen, C.-P. »A Study of Attenuation and Acoustic Energy Anisotropy of Lamb Waves in Multilayered Anisotropic Media for NDT and SHM applications«. In: *Proceedings of the 6th International Workshop NDT in Progress*. Prague, Czech Republic, 2011.
- [21] Schmidt, D., Sadri, H., Szewieczek, A., Sinapius, M., Wierach, P., Siegert, I. und Wendemuth, A. »Characterization of Lamb wave attenuation mechanisms«. In: *SPIE Smart Structures and Materials + Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*. Bd. 8695. 2013.
- [22] Neumann, M. N., Hennings, B. und Lammering, R. »Quasi-Continuous Mode Conversion of Lamb Waves in CFRP Plates Due to Inhomogeneity on Micro and Meso Scale«. In: *EWSHM - 7th European Workshop on Structural Health Monitoring*. Hrsg. von Le Cam, V., Mevel, L. und Schoefs, F. IFFSTTAR, Inria, Université de Nantes. Nantes, France, Juli 2014.
- [23] Hillger, W., Szewieczek, A., Schmidt, D. und Sinapius, M. »Analysing Guided Wave Propagation with Ultrasonic Imaging Methods for the Optimisation of a Helicopter Tail Boom SHM System«. In: *5th EUROPEAN WORKSHOP on STRUCTURAL HEALTH MONITORING*. 2010.
- [24] Hillger, W. und Szewieczek, A. »Visualisation of Guided Wave Propagation by Ultrasonic Imaging Methods«. In: *International Journal of Materials and Product Technology* 41.1-4 (2011), S. 191–201.
- [25] Moix-Bonet, M., Buethe, I., Bach, M., Fritzen, C.-P. und Wierach, P. »Durability of Co-bonded Piezoelectric Transducers«. In: *Procedia Technology* 15 (2014). 2nd International Conference on System-Integrated Intelligence: Challenges for Product and Production Engineering, S. 638–647.
- [26] Heinze, C. »Experimentelle Untersuchung von Ankopplungsvarianten piezoelektrischer SHM-Aktuatoren zur Anregung von Lambwellen«. Studienarbeit. FMB, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Feb. 2010.
- [27] Staszewski, W., Lee, B., Mallet, L. und Scarpa, F. »Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: I. Lamb wave sensing«. In: *Smart Materials and Structures* 13.2 (2004), S. 251.
- [28] Krüger, M. und Mook, G. »Schadensdetektion adaptiver CFK-Piezokeramik-Verbunde mit Hilfe der Scanning Laser Vibrometrie«. In: *DGZfP-Jahrestagung, Rostock*. 2005.
- [29] Ng, A. und Swanevelder, J. »Resolution in ultrasound imaging«. In: *Continuing Education in Anaesthesia Critical Care & Pain* 11.5 (2011), S. 186–192.

- [30] Moles, M. D. C., Hrsg. *Advances in Phased Array Ultrasonic Technology Applications*. Advanced Practical NDT Series. Olympus, NDT, 2007.
- [31] Thomson, W. T. »Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium«. In: *Journal of Applied Physics* 21.2 (1950), S. 89–93.
- [32] Haskell, N. A. »The dispersion of surface waves on multilayered media«. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 43.1 (1953), S. 17–34.
- [33] Nayfeh, A. H. »The general problem of elastic wave propagation in multilayered anisotropic media«. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 89.4 (1991), S. 1521–1531.
- [34] Wang, L. und Rokhlin, S. I. »Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media«. In: *Ultrasonics* 39.6 (2001), S. 413–424.
- [35] Rokhlin, S. I., Chimenti, D. E. und Nagy, P. B. *Physical ultrasonics of composites*. Oxford ; New York : Oxford University Press, 2011.
- [36] Baaran, J. *Grundlagenuntersuchungen zur Ausbreitung von Lambwellen in Hybridlamina-ten*. Interner Bericht IB 131-2010/45. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR), FA-ADA, 2010.
- [37] Neau, G. »Lamb waves in anisotropic viscoelastic plates. Study of the wave fronts and attenuation«. Doktorarbeit. L'université de Bordeaux, 2003.
- [38] Wang, L. und Yuan, F. »Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites: Modeling and experiments«. In: *Composites Science and Technology* 67.7 (2007), S. 1370–1384.
- [39] Karmazin, A. »Time-Efficient Simulation of Surface-Excited Guided Lamb Wave Propagation in Composites«. Doktorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, 2013.
- [40] Achenbach, J. *Wave Propagation in Elastic Solids*. Elsevier, 2012.
- [41] Munz, C.-D. und Westermann, T. *Numerische Behandlung gewöhnlicher und partieller Differenzialgleichungen*. Bd. 296. Springer, 2006.
- [42] Zienkiewicz, O., Taylor, R. und Zhu, J. *The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals*. 6. Aufl. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2010.
- [43] Groth, C. und Müller, G. *FEM für Praktiker - Band 1: Grundlagen*. 8. Aufl. expert verlag, 2007.
- [44] Groth, C., Müller, G. und Stelzmann, U. *FEM für Praktiker - Band 2: Strukturdynamik*. 5. Aufl. expert verlag, 2008.
- [45] *ANSYS Mechanical APDL - Release 17.2. Dokumentation*. ANSYS, Inc. 2016.
- [46] Duczek, S. »Untersuchungen zum Einfluss der Klebeverbindung zwischen Piezoak-tuator und Struktur auf die LAMB-Wellenausbreitung«. Studienarbeit. FMB, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Dez. 2009.
- [47] Willberg, C., Duczek, S., Vivar-Perez, J. M. und Ahmad, Z. »Simulation Methods for Guided-Wave Based Structural Health Monitoring: A Review«. In: *Applied Mechanics Reviews* 67.1 (2015), S. 010803.
- [48] Patera, A. T. »A spectral element method for fluid dynamics: Laminar flow in a channel expansion«. In: *Journal of Computational Physics* 54.3 (1984), S. 468–488.
- [49] Komatitsch, D. und Tromp, J. »Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation«. In: *Geophysical Journal International* 139.3 (1999), S. 806–822.

- [50] Hennings, B., Lammering, R. und Gabbert, U. »Numerical simulation of wave propagation using spectral finite elements«. In: *CEAS Aeronautical Journal* 4.1 (2013), S. 3–10.
- [51] Willberg, C., Duczek, S., Vivar-Perez, J. M., Schmicker, D. und Gabbert, U. »Comparison of different higher order finite element schemes for the simulation of Lamb waves«. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 241 (2012), S. 246–261.
- [52] Parvzian, J., Düster, A. und Rank, E. »Finite Cell Method: h- and p-extension for embedded domain problems in Solid Mechanics«. In: *Computational Mechanics* 41.1 (2007), S. 121–133.
- [53] Duczek, S., Joulaian, M., Düster, A. und Gabbert, U. »Simulation of Lamb waves using the spectral cell method«. In: *SPIE Smart Structures and Materials + Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*. Bd. 8695. 2013.
- [54] Chillara, V. K. und Lissenden, C. J. »Guided wave mode conversions across waveguide transitions: A study using frequency domain finite element method«. In: *AIP Conference Proceedings* 1581.1 (2014), S. 308–315.
- [55] Doyle, J. F. *Wave Propagation in Structures. Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms*. Springer, 1997.
- [56] Ahmad, Z. A. B. »Numerical Simulation of Lamb Waves in Plates Using a Semi-Analytical Finite Element Method«. Doktorarbeit. 2011.
- [57] Gravenkamp, H., Birk, C. und Song, C. »Simulation of elastic guided waves interacting with defects in arbitrarily long structures using the Scaled Boundary Finite Element Method«. In: *Journal of Computational Physics* 295 (2015), S. 438–455.
- [58] Vivar Perez, J. M. »Analytical and Spectral Methods for the Simulation of Elastic Waves in Thin Plates«. VDI Fortschritt-Berichte Reihe 20 Nr. 441. Doktorarbeit. FMB, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2012.
- [59] Vivar Perez, J. M. »Hybrid Analytical-Spectral Method for the Modeling of Piezoelectrically Induced Waves in Plates«. In: *EWSHM - 7th European Workshop on Structural Health Monitoring*. Hrsg. von Le Cam, V., Mevel, L. und Schoefs, F. IFFSTTAR, Inria, Université de Nantes. Nantes, France, Juli 2014.
- [60] Kluska, P., Staszewski, W., Leamy, M. und Uhl, T. »Lamb Wave Propagation Modeling Using Cellular Automata«. In: *6th European Workshop on Structural Health Monitoring, Dresden, Germany, July*. 2012, S. 3–6.
- [61] Delsanto, P., Whitcombe, T., Chaskelis, H. und Mignogna, R. »Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials. I: the one-dimensional case«. In: *Wave motion* 16.1 (1992), S. 65–80.
- [62] Delsanto, P., Schechter, R., Chaskelis, H., Mignogna, R. und Kline, R. »Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials. II: the two-dimensional case«. In: *Wave Motion* 20.4 (1994), S. 295–314.
- [63] Delsanto, P., Schechter, R. und Mignogna, R. »Connection machine simulation of ultrasonic wave propagation in materials III: The three-dimensional case«. In: *Wave Motion* 26.4 (1997), S. 329–339.
- [64] Hashemiyan, Z., Packo, P., Staszewski, W. und Uhl, T. »Rescaled Local Interaction Simulation Approach for Shear Wave Propagation Modelling in Magnetic Resonance Elastography«. In: *Computational and Mathematical Methods in Medicine* 2016 (2016).

-
- [65] Delsanto, P. P. und Scalerandi, M. »A spring model for the simulation of the propagation of ultrasonic pulses through imperfect contact interfaces«. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 104.5 (1998), S. 2584–2591.
 - [66] Taflove, A. und Hagness, S. C. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech house, 2005.
 - [67] Matsuda, N. und Biwa, S. »A Finite-Difference Time-Domain Technique for Nonlinear Elastic Media and Its Application to Nonlinear Lamb Wave Propagation«. In: *Japanese Journal of Applied Physics* 51.7S (2012), 07GB14.
 - [68] Schubert, F. »Numerical time-domain modeling of linear and nonlinear ultrasonic wave propagation using finite integration techniques — theory and applications«. In: *Ultrasonics* 42.1 (2004), S. 221–229.
 - [69] Rahman, M.-U. und Prager, J. »Simulating the Sound Propagation of Guided Waves Using the Elastodynamic Finite Integration Technique (EFIT)«. In: *6th European Workshop on Structural Health Monitoring* (2012), S. 1–6.
 - [70] Scheben, R. »Algorithmen zur 3D-Ultraschall Rekonstruktion«. Doktorarbeit. Universität des Saarlandes, 2012.
 - [71] Schubert, F. und Lamek, B. »3-D ultrasonic transducer modeling using the elastodynamic finite integration technique in combination with point-source-synthesis«. In: *Proceedings of the 4th International Workshop—NDT in Progress*. 2007, S. 1–10.
 - [72] Ono, K. und Gallego, A. »Attenuation of Lamb waves in CFRP plates«. In: *Journal of Acoustic Emission* 30 (2012), S. 109–123.
 - [73] Skudrzyk, E. *Die Grundlagen der Akustik*. Springer-Verlag, 2013.
 - [74] Pedrotti, F., Pedrotti, L., Bausch, W. und Schmidt, H. *Optik für Ingenieure - Grundlagen*. 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
 - [75] Poddar, B. und Giurgiutiu, V. »Scattering of Lamb waves from a discontinuity: An improved analytical approach«. In: *Wave Motion* 65 (2016), S. 79–91.
 - [76] Heinze, C. *Nicht-reflektierende Ränder zur einfachen Anwendung in der FEM bei transienten und harmonischen Analysen von Faserverbundstrukturen*. Interner Bericht IB 131-2015/45. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR), FA-MFW, 2015.
 - [77] Heinze, C. »Finite Elemente Modellierung zur monomodalen Anregung von Lambwellen in Faserverbundplatten«. Studienarbeit. FMB, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Aug. 2010.
 - [78] Moser, F., Jacobs, L. J. und Qu, J. »Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method«. In: *NDT & E International* 32.4 (1999), S. 225–234.
 - [79] *T800S data sheet*. CFA-019. technical data sheet. Toray Carbon Fibers America, Inc.
 - [80] Miyagawa, H., Sato, C., Mase, T., Drown, E., Drzal, L. T. und Ikegami, K. »Transverse elastic modulus of carbon fibers measured by Raman spectroscopy«. In: *Materials Science and Engineering: A* 412.1 (2005), S. 88–92.
 - [81] Altenbach, H., Altenbach, J. und Rikards, R. »Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke«. In: *Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart* (1996).
 - [82] Wierach, P. »Entwicklung von Piezokompositen für adaptive Systeme«. DLR-Forschungsbericht. Doktorarbeit. Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2010.

- [83] Liu, G. und Jerry, S. Q. »A non-reflecting boundary for analyzing wave propagation using the finite element method«. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 39.5 (2003), S. 403–417.
- [84] Ramadas, C., Balasubramaniam, K., Hood, A., Joshi, M. und Krishnamurthy, C. »Modelling of attenuation of Lamb waves using Rayleigh damping: Numerical and experimental studies«. In: *Composite Structures* 93.8 (2011), S. 2020–2025.
- [85] Fahy, F. J. und Gardonio, P. *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. Academic press, 2007.
- [86] Stein, S. und Wysession, M. *An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure*. John Wiley & Sons, 2009.
- [87] Wölcken, P., Hrsg. SARISTU: *Smart Intelligent Aircraft Structures. Forschungsprojekt im 7. Rahmenprogramm der Europäischen Union*. P7-AAT-2011-RTD-1, Nr. 284562. 2011.
- [88] Montagnino, L. »Ray tracing in inhomogeneous media«. In: *JOSA* 58.12 (1968), S. 1667–1668.
- [89] Wilcox, P. »Lamb wave inspection of large structures using permanently attached transducers«. Doktorarbeit. Imperial College of Science, Technology, und Medicine, Mechanical Engineering Department, University of London, 1998.
- [90] Bleistein, N., Cohen, J. K. und Stockwell Jr., J. W. *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion*. Bd. 13. Springer Science & Business Media, 2013.
- [91] Haferkorn, H. *Optik: Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen*. John Wiley & Sons, 2008.
- [92] Fu, C. »On seismic rays and waves (Part One)«. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 37.4 (1947), S. 331–346.
- [93] Moser, T. J. »Shortest path calculation of seismic rays«. In: *Geophysics* 56.1 (1991), S. 59–67.
- [94] Runborg, O. »Multiphase Computations in Geometrical Optics«. In: *J. Comp. Appl. Math.* 1996.
- [95] Chapuis, B., Terrien, N. und Royer, D. »Modeling and experimental investigations of Lamb waves focusing in anisotropic plates«. In: *Journal of Physics: Conference Series* 269 (2011).
- [96] Pohl, J., Willberg, C., Gabbert, U. und Mook, G. »Experimental and theoretical analysis of Lamb wave generation by piezoceramic actuators for structural health monitoring«. In: *Experimental Mechanics* 52.4 (2012), S. 429–438.
- [97] Dürer, A. *Underweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt in Linien ebenen und gantzen corporen*. Nürnberg, 1525.
- [98] Hofmann, G. R. »Who invented ray tracing?«. In: *The Visual Computer* 6.3 (1990), S. 120–124.
- [99] Vinci, L. da. *Codex Atlanticus*. 1478–1518.
- [100] Rashed, R. »A pioneer in anaclastics: Ibn Sahl on burning mirrors and lenses«. In: *Isis* (1990), S. 464–491.
- [101] Descartes, R. »La dioptrique«. In: *Discours de la méthode* (1637).

-
- [102] Weinrich, K. *Die Lichtbrechung in den Theorien von Descartes und Fermat*. Franz Steiner Verlag, 1998.
 - [103] Schaefer, B. E. und Liller, W. »REFRACTION NEAR THE HORIZON«. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 102.653 (1990), S. 796–805.
 - [104] Kingslake, R. *Optical system design*. Academic Press, 2012.
 - [105] Doefexi, A., Armour, S., Lee, B.-S., Nix, A. und Bull, D. »An evaluation of the performance of IEEE 802.11 a and 802.11 g wireless local area networks in a corporate office environment«. In: *Communications, 2003. ICC'03. IEEE International Conference on*. Bd. 2. IEEE. 2003, S. 1196–1200.
 - [106] Kim, S.-C., Guarino Jr, B. J., Willis III, T. M., Erceg, V., Fortune, S. J., Valenzuela, R. A., Thomas, L. W., Ling, J. und Moore, J. D. »Radio propagation measurements and prediction using three-dimensional ray tracing in urban environments at 908 MHz and 1.9 GHz«. In: *Vehicular Technology, IEEE Transactions on* 48.3 (1999), S. 931–946.
 - [107] Durgin, G., Patwari, N. und Rappaport, T. S. »An advanced 3D ray launching method for wireless propagation prediction«. In: *Vehicular Technology Conference, 1997, IEEE 47th*. Bd. 2. IEEE. 1997, S. 785–789.
 - [108] Glassner, A. S. *An introduction to ray tracing*. Elsevier, 1989.
 - [109] Moser, T. J. »The shortest path method for seismic ray tracing in complicated media«. Doktorarbeit. Faculteit Aardwetenschappen der Rijksuniversiteit te Utrecht, 1992.
 - [110] Telford, W. M., Geldart, L. P. und Sheriff, R. E. *Applied geophysics*. Cambridge university press, 1990.
 - [111] Hardt, D. E. und Katz, J. M. »Ultrasonic measurement of weld penetration«. In: *Welding Journal* 63.9 (1984), 273s–281s.
 - [112] Bell, J. M. »Application of optical ray tracing techniques to the simulation of sonar images«. In: *Optical Engineering* 36.6 (1997), S. 1806–1813.
 - [113] Silk, M. und Bainton, K. »The propagation in metal tubing of ultrasonic wave modes equivalent to Lamb waves«. In: *Ultrasonics* 17.1 (1979), S. 11–19.
 - [114] Lowe, M., Alleyne, D. und Cawley, P. »Defect detection in pipes using guided waves«. In: *Ultrasonics* 36.1–5 (1998). Ultrasonics International 1997, S. 147–154.
 - [115] Cawley, P. und Alleyne, D. »The use of Lamb waves for the long range inspection of large structures«. In: *Ultrasonics* 34.2–5 (1996). Proceedings of Ultrasonics International 1995, S. 287–290.
 - [116] Malyarenko, E. V. und Hinders, M. K. »Ultrasonic Lamb wave diffraction tomography«. In: *Ultrasonics* 39.4 (2001), S. 269–281.
 - [117] Leonard, K. R., Malyarenko, E. V. und Hinders, M. K. »Ultrasonic Lamb wave tomography«. In: *Inverse problems* 18.6 (2002), S. 1795.
 - [118] Ong, W. H. und Chiu, W. K. »Redirection of Lamb Waves for Structural Health Monitoring«. In: *Smart Materials Research* (2012).
 - [119] Rembold, B. *Wellenausbreitung: Grundlagen - Modelle - Messtechnik - Verfahren*. Springer, 2017.
 - [120] Clark, A. und Delsanto, P. »Acoustic refraction of off-axis shear horizontal waves in slightly anisotropic plates«. In: *Ultrasonics* 24.1 (1986), S. 25–30.
 - [121] Rose, J. L. *Ultrasonic guided waves in solid media*. Cambridge University Press, 2014.

- [122] Tolokonnikov, L. »Reflection and refraction of a planar acoustic wave in an anisotropic inhomogeneous layer«. In: *Journal of applied mechanics and technical physics* 40.5 (1999), S. 936–941.
- [123] Gibowicz, S. J. und Kijko, A. *An Introduction to Mining Seismology*. Bd. 55. International Geophysics. Academic Press, 1994.
- [124] Kaschwich, T. »Traveltime Computation and Migration in Anisotropic Media«. Doktorarbeit. Hamburg: Fachbereich Geowissenschaften, Universität Hamburg, Apr. 2006.
- [125] Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Bd. 3. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [126] Bartoli, I. »Structural health monitoring by ultrasonic guided waves«. Doktorarbeit. UC San Diego, 2007.
- [127] Schmidt, D., Wierach, P. und Sinapius, M. »Mode Selective Actuator-Sensor System for Lamb Wave-Based Structural Health Monitoring«. In: *EWSHM - 7th European Workshop on Structural Health Monitoring*. Nantes, France, Juli 2014.
- [128] Greve, D. W., Neumann, J. J., Nieuwenhuis, J. H., Oppenheim, I. J. und Tyson, N. L. »Use of Lamb Waves to Monitor Plates: Experiments and Simulations«. In: Bd. 5764. 2005, S. 281–292.
- [129] De Silva, C. W. *Vibration Damping, Control, and Design*. CRC Press, 2007.